

Ein tomographisches Verfahren zur Rekonstruktion der volumenaufgelösten Verteilung des Brechungsindextensors

Jochen Kauffmann, Norbert Kerwien, Wolfgang Osten, Hans J. Tiziani

Institut für Technische Optik, Universität Stuttgart

[mailto: kauffmann@ito.uni-stuttgart.de](mailto:kauffmann@ito.uni-stuttgart.de)

In optischen Systemen mit anisotropen Medien hängt die Abbildungsqualität unter anderem auch von der Verteilung des Brechungsindextensors ab. Es ist daher von Bedeutung die Polarisations-eigenschaften im Volumen zu erfassen. Klassische Verfahren der Tomographie müssen dazu allerdings auf tensorielle Größen verallgemeinert werden. Wir stellen ein Verfahren vor, das es erlaubt, die volumenaufgelöste tensorielle Brechungsindexverteilung aus Polarimetermessungen zu rekonstruieren.

1 Einführung

In den letzten Jahren hat die Bedeutung von anisotropen Medien in optischen Systemen zugenommen. Zum Beispiel werden bei Optiken im DUV häufig CaF_2 Linsen eingesetzt, die intrinsisch doppelbrechend sind. Die Güte der Systeme ist in diesem Fall auch durch die Verteilung des Brechungsindextensors im Medium bestimmt. Es ist daher besonders bei hochkorrigierten Systemen von Bedeutung diese Polarisations-eigenschaften im Volumen zu erfassen.

Tomographische Methoden, wie sie u. a. aus der Medizin bekannt sind, ermöglichen es, aus integral gemessenen Größen, projiziert aus verschiedenen Richtungen, volumenaufgelöste Verteilungen zu rekonstruieren [1]. Zur Rekonstruktion der Verteilung der Polarisations-eigenschaften ist allerdings eine Verallgemeinerung des Tomographieprinzips auf tensorielle Größen erforderlich. Es wurde deshalb ein neues Verfahren entwickelt, das es erlaubt die volumenaufgelöste tensorielle Brechungsindexverteilung aus Polarimetermessungen zu rekonstruieren [2].

2 Modell

Bei unserem Verfahren wird das zu untersuchende Volumen in quaderförmige Segmente unterteilt, innerhalb derer die optischen Eigenschaften als konstant angenommen werden. Die Zuordnung der Strahlen zu den Segmenten erfolgt mit Hilfe einer Strahldurchrechnung (Abb. 1). Da die zu erwartenden Brechzahl-inhomogenitäten klein sind kann die durch Brechung verursachte Ablenkung der Strahlen vernachlässigt werden. Die optischen Eigenschaften innerhalb eines Segments werden durch den Brechungsindextensor die sogenannte Indikatrix beschrieben. Die Wirkung für einen Strahl entspricht der Projektion dieser Indikatrix auf eine Ebene senkrecht zum Strahl. Man kann dies dann

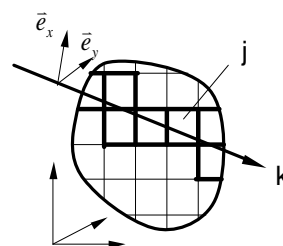


Abb. 1 Unterteilung des betrachteten Volumens in würfelförmige Segmente mit individuellem Brechungsindex-ellipsoids.

durch eine entsprechende Jonesmatrix ausdrücken und die Gesamtwirkung für einen Strahl durch Multiplikation der einzelnen Jonesmatrizen berechnen [3].

Der entwickelte Rekonstruktionsalgorithmus, der in [2] genauer beschrieben ist, basiert auf den aus der skalaren Tomographie bekannten algebraischen Rekonstruktionstechniken. Kernstück ist die iterative gleichverteilte Rückprojektion, die tensoriell erweitert und an das oben beschriebene Problem angepasst wurde.

3 Simulation

Mit Hilfe von Simulationen haben wir die Funktion des Rekonstruktionsalgorithmus und seine Empfindlichkeit für rauschbehaftete Messwerte untersucht. Das Modell für die Messkonfiguration ist in Abb. 2 dargestellt. Ein betrachtetes Volumen ($14 \times 14 \times 14 \text{ cm}^3$, $\lambda = 633 \text{ nm}$) wurde dabei mit $N = 15 \times 15 \times 15$ Zellen diskretisiert. Je Projektionsrichtung wurden 17×17 Strahlen simuliert. Insgesamt wurden 10 bzw. 17 Projektionsrichtungen für die Rekonstruktion herangezogen. In der Simulation wurde eine zufällige Verteilung des Brechungsindextensors mit einem PV-Wert von $n_{pv,ij} = 1e-6$ vorgegeben. Diese ist in Abb. 3 dargestellt. Die neun Diagramme entsprechen den 9 Elementen des Brechungsindextensors und sind

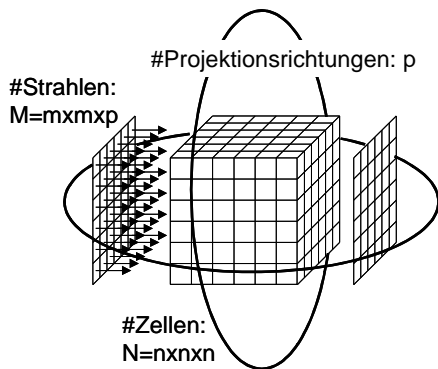


Abb. 2 Modell der Messkonfiguration.

entsprechend angeordnet. Die Tensorelemente sind an der Diagonalen gespiegelt. Dies entspricht den physikalisch realisierbaren Brechungsindextensoren mit 6 Freiheitsgraden je Tensor und ist nicht durch den Rekonstruktionsalgorithmus eingeschränkt. In Abb. 4 ist das Rekonstruktionsergebnis nach 1000 Iterationsschritten eines durch Simulation erzeugten Messdatensatzes dargestellt. Abb. 5 zeigt die drei Schnittebenen im Vergleich. Mit 10 Projektionsrichtungen wurde die vorgegebene Brechungsindextensorverteilung mit einem relativen Fehler von 7,3% rekonstruiert. Der über den Tensorelementen gemittelte Korrelationskoeffizient lag bei 0,86. Erhöht man den Messaufwand auf 17 Projektionsrichtungen, so sinkt der relative Fehler auf 4,6% und der mittlere Korrelationskoeffizient steigt auf 0,94. Im Vergleich zur Simulation sind reale Messwerte rauschbehaftet. Deshalb haben wir den simulierten Messwerten zufälliges Rauschen überlagert und erneut rekonstruiert. Mit um 5% verrauschten Messwerten ergibt sich ein mittlerer Rekonstruktionsfehler von 8,6%. Bei um 10% verrauschten Messwerten liegt der mittlere Fehler bei 11%.

4 Zusammenfassung

Anhand einer zufälligen Brechungsindextensorverteilung haben wir die Funktion des entwickelten tensortomographischen Rekonstruktionsalgorithmus gezeigt. Es ist auch mit rauschbehafteten Messungen eine stabile Rekonstruktion möglich.

Für die finanzielle Unterstützung möchten wir uns bei der Landesstiftung Baden-Württemberg Photonics BW bedanken

Literatur

- [1] A. C. Kak, M. Slaney: „Principles of Computerized Tomographic Imaging“ IEEE Press New York 1988
- [2] J. Kauffmann, N. Kerwien, H.J. Tiziani, W. Osten: „3D anisotropy reconstruction: an iterative tensorial tomographic algorithm“ Proceeding zur ICO 2004 in Tokyo (im Druck)
- [3] H. Aben: „Integrated Photoelasticity“ New York: McGraw-Hill, (1979)

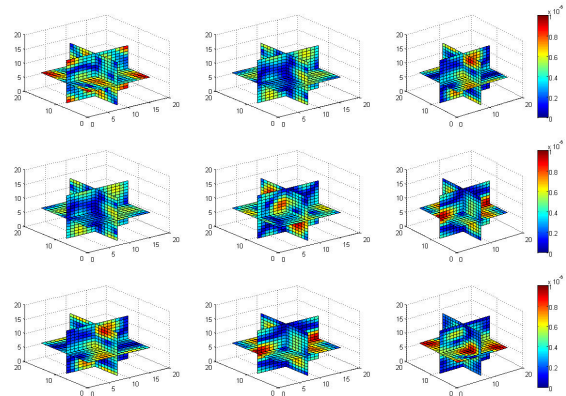


Abb. 3 Vorgegebene zufällige Brechungsindextensorverteilung (PV-Wert: $1e-6$). Die Subdiagramme sind entsprechend der Tensornotation angeordnet. Dargestellt sind Schnitte längs der Koordinatenachsen.

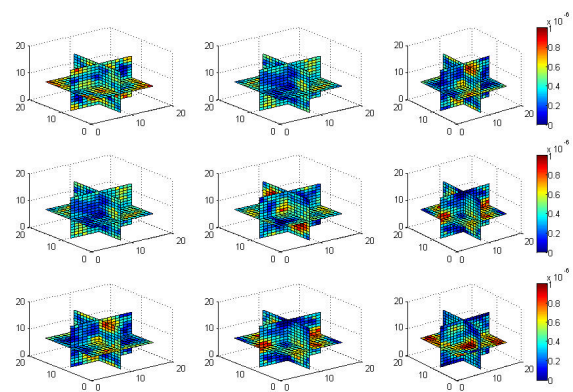


Abb. 4 Rekonstruktion der vorgegebenen zufälligen Brechungsindextensorverteilung mit 10 Projektionsrichtungen.

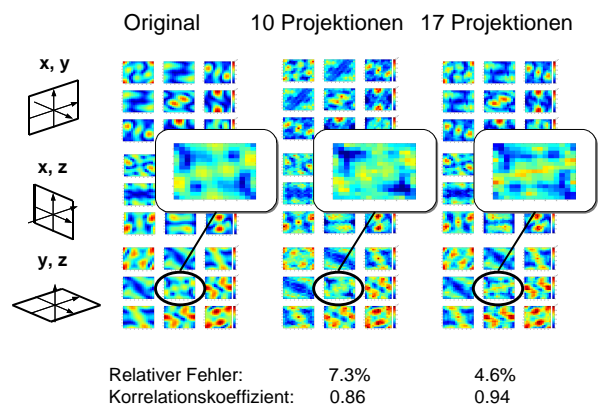


Abb. 5 Darstellung von drei Schnitten (x,y -Ebene), (x,z -Ebene), (y,z -Ebene) durch das betrachtete Volumen. Links: das vorgegebene Original. Mitte: Rekonstruktion mit Messungen aus 10 Projektionsrichtungen. Rechts: Rekonstruktion mit Messungen aus 17 Projektionsrichtungen.