Optimierung der Freistrahlübertragung in der Mikrooptik

K.-H. Brenner, U. Ehrbächer

Lehrstuhl für Optoelektronik, Institut für Technische Informatik, Universität Mannheim

mailto:brenner@uni-mannheim.de

Die Untersuchung von Optimierungsmöglichkeiten der Systemparameter optischer Freistrahlübertragung weist Analogien zur physikalischen Optimierung der Lichtverteilung in einem Laserresonator auf. Wie diese führt eine weitere Untersuchung zu den „prolate spheroidal wave functions" als Lösung. Ferner wird ein Vergleich mit Gauß-förmigen Strahlprofilen durchgeführt.

1 Motivation

Die freiraumoptische Übertragung in der Mikrooptik stellt besonders im Bereich kurzer Übertragungsdistanzen eine interessante Alternative zu wellengeführten Lösungen dar. Als Beispiele seien mikromechanische Schaltmatrizen und planare Optiken genannt.

2 Skalierungsinvariante Darstellung von Gaußstrahlen

Im folgenden betrachten wir eine freiraumoptische Übertragungsstrecke bestehend aus einer Eingangs- und einer im Abstand z befindlichen Ausgangsapertur (beide mit Aperturradius R_C) Die an Eingangs- bzw Ausgangsapertur ankommende Strahlungsleistung sei P_0 bzw. P_t (siehe Abb. 1).

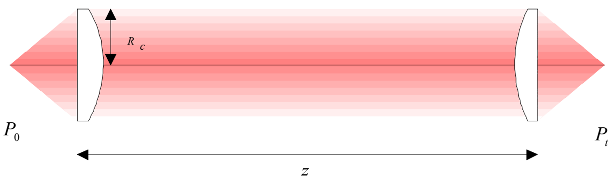

Abb. 1 *Parameter des Übertragungssystems*

Die Optimierung des Übertragungssytems beinhaltet folgende Parameter:

- Übertragungseffizienz $\eta = \frac{P_T}{P_0}$
- Übertragungsdistanz z

Eine Darstellung der Ausbreitungsdistanz z als Vielfaches m der *verallgemeinerten Rayleighlänge* $z_R = \frac{R_c^2}{\lambda} \rightarrow z = m\, z_R$ bzw. der Strahlbreite $\sigma(z)$ als Vielfaches der Strahlbreite σ_0 am Eingangsspalt gestattet eine allgemeinere Beschreibung des Problems (siehe Abb. 2).

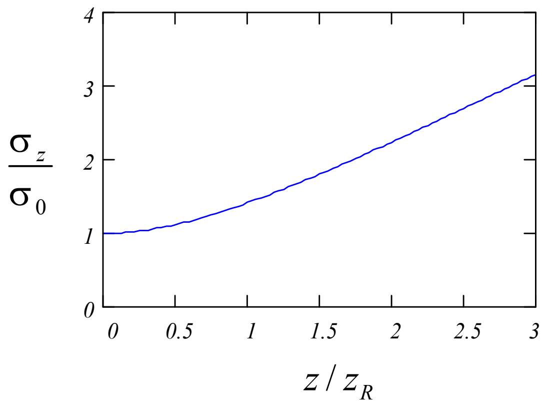

Abb. 2 *Skalierungsinvariante Darstellung für Gaußstrahlen*

3 Optimierung der Gaußbreite

Die Annahme einer gaußförmigen Lichttverteilung an der Eintrittsapertur führt zu einem Optimierungsproblem des Verhältnisses $\frac{\sigma_0}{R_C}$ von Eingangsstrahl und Aperturbreite. Folgende Überlegungen lassen erwarten, dass es ein Optimum für dieses Verhältnis gibt: ist $\frac{\sigma_0}{R_C}$ klein, ergibt sich ein geringer Intensitätsverlust an der ersten Apertur, jedoch wegen Beugung ein hoher Intensitätsverlust an der zweiten Apertur. Umgekehrt, ist $\frac{\sigma_0}{R_C}$ groß, so tritt bereits an der ersten Apertur ein höherer Intesitätsverlust auf, jedoch wird an der zweiten Apertur ein geringerer Intensitätsverlust auftreten. Dies führt für jede gewünschte Übertragungsdistanz $z = m\, z_R$ zu einem optimalen Verhältnis $\frac{\sigma_0}{R_C}$.

4 Prolate spheroidal wave functions

Die Fragestellung welche Eingangsverteilung die Übertragungsverluste minimiert führt in Analogie zum Laserresonator zu den *prolate speroidal wave functions* (PSW) $\psi_0(t), \psi_1(t) \ldots \psi_j(t)$ mit den Eigenschaften :

- $\psi_j(t)$ ist orthonormal im Reellen
- $\psi_j(t)$ ist orthogonal in $-\frac{T}{2} \ldots \frac{T}{2}$
- $\lambda_i \psi_i(t) = \int_{-T/2}^{T/2} \psi_i(s) \frac{\sin \Omega(t-s)}{\pi (t-s)} ds$

Die letzte Eigenschaft läßt sich in Operatorschreibweise ausdrücken:

$$\lambda_i \psi_i(t) = \mathbf{B}_\Omega \left\{ \mathbf{D}_T \left\{ \psi_i \right\} \right\},$$

wobei $\mathbf{D}_T$ den Zeitbegrenzungsoperator und $\mathbf{B}_\Omega$ den Bandbegrenzungsoperator repräsentiert. Eine besondere Rolle spielt der Faktor $c = \frac{\Omega T}{2}$. Mit dieser Eigenwertgleichung läßt sich die PSW Funktion ψ_0 gemäß $\psi_i(t) \leftarrow \mathbf{B}_\Omega \left\{ \mathbf{D}_T \left\{ \psi_i \right\} \right\}$ aus einer zufälligen Startverteilung iterativ berechnen. Dies entspricht optisch einem fortlaufendem Abschneiden im Ortsraum mit einem Aperturradius R_C gefolgt von einer Propagation über die Distanz f und einem anschließenden Clipping mit Radius

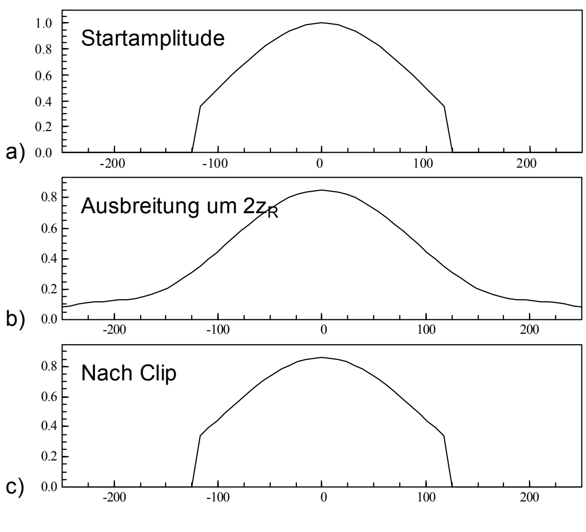

***Abb. 3** Propagation von ψ_0 über eine Distanz $z = 2z_R$*

R'_c im Frequenzraum (*Lichtröhre*). Fordert man, dass $R_c = R'_c$, so folgt als Bestimmungsgleichung für den freien Parameter $c = \frac{2\pi}{m}$. Abb 3 verdeutlicht für das Beispiel $z = 2z_R \rightarrow c = \pi$, dass es sich bei den PSW um eine Eigenfunktion dieser Operatoren (mit dem Eigenwert 0.85) handelt. Verglichen mit einer auf die gleiche Ausbreitungsdistanz $m \cdot z_R$ optimierten Gaußfunktion als Ausgangsverteilung zeigt sich speziell für größere Distanzen eine bessere Übertragungseffizienz der PSW (siehe Abb. 4).

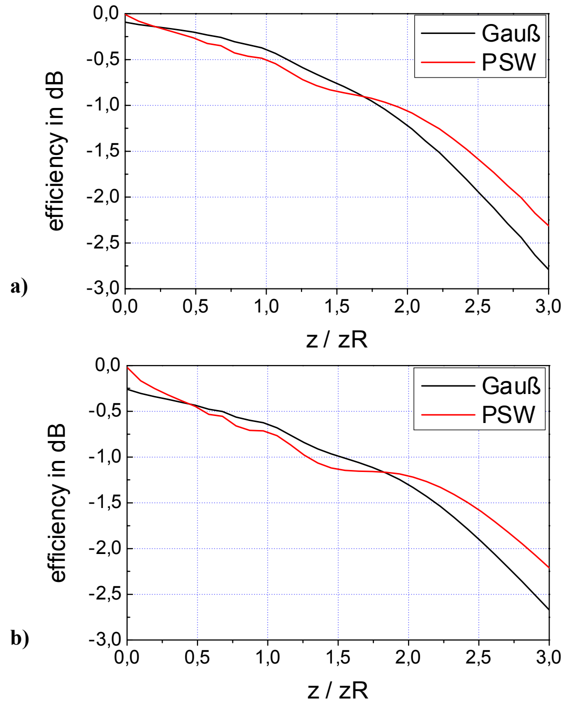

***Abb. 4:** Vergleich der Übertragungseffizienz von Gauß- bzw. PSW Verteilung, optimiert jeweils für a) $z = 2z_R$ bzw. b) $z = 3z_R$*

5 Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass die PSW im Vergleich zu einer Gauß-förmigen Beleuchtung eine bessere Übertragungseffizienz in optischen Übertragungssystemen ermöglicht.

Literatur

[1] D. Slepian, H.O. Pollak: „Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty – I“ in *Bell System Technical Journal*, 43- 63 (1961)