

Theoretische Untersuchung der Polarisationsabhängigkeit der inkohärenten Kontrastübertragungsfunktion bei hohen numerischen Aperturen

Norbert Lindlein, Ulf Peschel, Gerd Leuchs

Institut für Optik, Information und Photonik, Universität Erlangen-Nürnberg

<mailto:norbert.lindlein@optik.uni-erlangen.de>

Die Abhängigkeit der Kontrastübertragungsfunktion vom verwendeten Aperturwinkel wird für lineare, zirkulare und radiale Polarisation bei kreisförmiger bzw. ringförmiger Apertur untersucht. Dabei werden neben der gesamten elektrischen Energiedichte auch die für die jeweilige Polarisation vorteilhaften Komponenten der elektrischen Energiedichte im Fokus alleine benutzt.

1 Einführung

Bei hohen numerischen Aperturen ist die elektrische Energiedichte im Fokus (PSF) polarisationsabhängig, so dass zum Beispiel die Fokussierung einer linear polarisierten Planwelle mit einem extrem hochaperturigen Objektiv zu einem elliptisch deformierten Fokus führt [1]. Bei einer radial polarisierten einfallenden Welle ist der Fokus dagegen rotationssymmetrisch [2].

Bei einer inkohärenten Abbildung und einem aplanatischen Abbildungssystem ist die Intensität im Bild bekanntlich eine Faltung zwischen der Intensitätsverteilung im Objekt und der Punktbildfunktion (PSF). Folglich gibt der Betrag der Fourier-Transformierten der PSF an, mit welchem Kontrast ein Objekt mit sinusförmiger Intensitätsmodulation in Abhängigkeit von der jeweiligen Ortsfrequenz abgebildet wird. Der Betrag der Fourier-Transformierten der PSF wird deshalb als Kontrastübertragungsfunktion (MTF) bezeichnet.

Hier soll deshalb für verschiedene Polarisationszustände (linear, zirkular, radial) und verschiedene Aperturformen (kreisförmige Vollapertur und Ringapertur) untersucht werden, welche Abhängigkeit die MTF von der Polarisation hat, wobei ein ideales aplanatisches Abbildungssystem ohne Aberrationen angenommen wird. Dabei wird bei der PSF-Berechnung nicht nur die gesamte elektrische Energiedichte betrachtet, sondern es werden auch die für die jeweilige Polarisation günstigen Komponenten der elektrischen Energiedichte alleine betrachtet (axiale Komponente bei radialer Polarisation und Komponente in ursprüngliche Polarisationsrichtung bei linearer Polarisation). In der Praxis würde dies bedeuten, dass der Detektor nur für eine bestimmte Komponente des elektrischen Feldes empfindlich sein dürfte. Denkbare Ansätze hierzu wären anisotrope Moleküle (→ beliebige Komponente einstellbar) oder eine sehr dünne Photolackschicht auf einer ideal leitenden Oberfläche (→ nur Komponente senkrecht zur Oberfläche kann im Photolack ungleich Null sein).

2 Berechnung der PSF und MTF

Die Punktbildfunktion (PSF) wird mit dem Debye-Integral berechnet [1]. Dies bedeutet anschaulich, dass längs jedes Lichtstrahls von der Austrittspupille des aplanatischen Objektivs (Kugelschale um den Fokus herum mit Krümmungsradius = Brennweite) zum Fokus eine lokale Planwelle läuft, deren Polarisationszustand lokal in der Austrittspupille festgelegt ist. Durch kohärente Addition dieser Planwellen wird der elektrische Feldstärkevektor im Fokus bzw. in einem Bereich um den Fokus herum berechnet. Aus Gründen der Energieerhaltung muss dazu jede Planwelle in Abhängigkeit vom Winkel mit der optischen Achse entsprechend gewichtet werden.

Die Kontrastübertragungsfunktion (MTF) wird dann in Abhängigkeit von den beiden Ortsfrequenz-Komponenten v_x und v_y aus der PSF berechnet:

$$\text{MTF}(v_x, v_y) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{PSF}(x, y) \exp(2\pi i(v_x x + v_y y)) dx dy \right|}{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{PSF}(x, y) dx dy \right|} \quad (1)$$

Bei der Ortsfrequenz (0,0) hat die MTF den Wert 1 und bei Ortsfrequenzen jenseits der sogenannten cut-off Frequenz $v_{\text{cut-off}} = 2 \text{ NA} / \lambda$ den Wert Null. Dabei ist λ die verwendete Wellenlänge und NA die numerische Apertur der Abbildung im Bildraum.

3 MTF für verschiedene Polarisationszustände und numerische Aperturen

Die folgenden Abbildungen zeigen die MTF für eine kreisförmige Vollapertur und verschiedene Werte des Aperturwinkels φ . Dabei ist anzumerken, dass die Polarisationsabhängigkeit der PSF ein „geometrischer Effekt“ ist, der also vom Aperturwinkel φ und nicht von der numerischen Apertur $\text{NA} = n \sin \varphi$ abhängt. Die Brechzahl n im Bildraum wird hier aber immer gleich eins gesetzt. Bei linearer Polarisation zeigt das elektrische Feld vor dem Objektiv immer in y-Richtung und es wird eine homogene Amplitudenverteilung in der Pupille

angenommen. Bei radialer Polarisation hat das elektrische Feld vor dem Objektiv die folgende Form:

$$\underline{E}(x, y) = E_0 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right) \quad (2)$$

Der beam waist Parameter w_0 wird auf 95% des Aperturradius gesetzt.

In den Graphiken werden bei linearer Polarisation jeweils die Schnitte entlang den beiden Achsen der Ortsfrequenz in x- und y-Richtung gezeigt, wobei alle Komponenten der elektrischen Energiedichte genommen werden (blau) oder nur die y-Komponente (rot). Bei radialer und zirkularer Polarisation ist die MTF rotationssymmetrisch, so dass nur je ein Schnitt angezeigt wird. Bei radialer Polarisation wird dabei zwischen der gesamten elektrischen Energiedichte (grün gestrichelt) und der axialen Komponente alleine (schwarz gestrichelt mit langen Strichen) unterschieden. Es sei allerdings angemerkt, dass die Lichtleistung in der axialen Komponente proportional zu $\sin^2 \varphi$ ist, so dass diese erst bei hohen numerischen Aperturen ins Gewicht fällt.

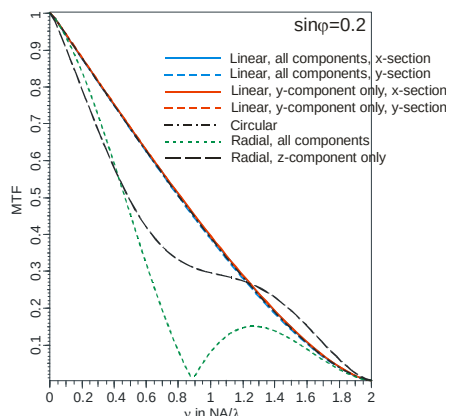


Abb. 1 MTF für $NA=\sin\varphi=0.2$ bei einer kreisförmigen Vollapertur.

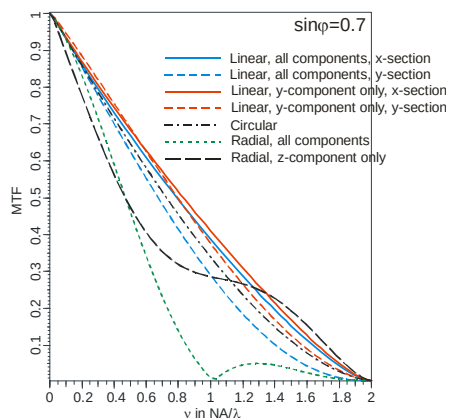


Abb. 2 MTF für $NA=\sin\varphi=0.7$ bei einer kreisförmigen Vollapertur.

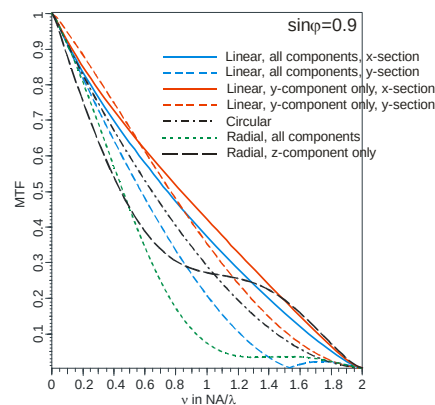


Abb. 3 MTF für $NA=\sin\varphi=0.9$ bei einer kreisförmigen Vollapertur.

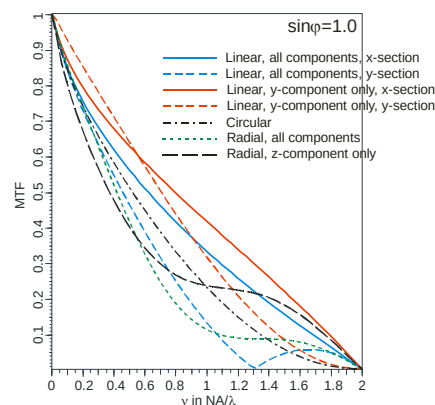


Abb. 4 MTF für $NA=\sin\varphi=1.0$ bei einer kreisförmigen Vollapertur.

Es zeigt sich, dass bei kleinen Aperturwinkeln Nullstellen der MTF (und folglich Kontrastumkehr) bei radialer Polarisation auftreten. Bei großen Aperturwinkeln nahe $\sin\varphi=1$ treten dagegen Nullstellen der MTF bei linearer Polarisation auf. Ähnliche Effekte sind bei einer Ringapertur zu beobachten [3]. Besonders vorteilhaft wäre bei Verwendung von radialer Polarisation und großem Wert $\sin\varphi$ ein Detektor, der nur die axiale Komponente des elektrischen Feldes erfasst. Bei linearer Polarisation bräuchte man dagegen einen Detektor, der nur die y-Komponente detektiert und die Strukturen sollten Linien in y-Richtung sein (=Ortsfrequenz in x-Richtung). Weitere Information in [3].

Literatur

- [1] B. Richards, E. Wolf, "Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system," Proc. R. Soc. A **253**, 358-379 (1959)
- [2] S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler, O. Glöckl, G. Leuchs, "Focusing light to a tighter spot," Opt. Commun. **179**, 1-7 (2000)
- [3] N. Lindlein, S. Quabis, U. Peschel, G. Leuchs, "High numerical aperture imaging with different polarization patterns," Opt. Express **15**(9), 5827-5842 (2007)