

Simulation der elektromagnetischen Energiedichte im Fokus eines extrem weit geöffneten Parabolspiegels

Norbert Lindlein, Markus Sondermann, Hildegard Konermann, Robert Maiwald, Ulf Peschel, Gerd Leuchs

Institut für Optik, Information und Photonik, Universität Erlangen-Nürnberg

<mailto:norbert.lindlein@optik.uni-erlangen.de>

Ein weit geöffneter Parabolspiegel ermöglicht die Fokussierung einer ebenen Welle mit einem halben Aperturwinkel von bis zu 180° , d.h. einem Raumwinkel von 4π . Das Debye-Integral in vektorieller Form wird zur Simulation der elektrischen Energiedichte im Fokusbereich verwendet, wobei Polarisation und Amplitudenverteilung der einfallenden ebenen Welle berücksichtigt werden.

1 Einführung

Es ist seit langem bekannt, dass ein idealer Parabolspiegel für eine einfallende ebene Welle, die exakt parallel zur optischen Achse propagiert, einen idealen Fokus generiert. Wenn der laterale Radius r des Parabolspiegels sehr viel größer als seine Brennweite f ist, kann damit sogar ein (halber) Aperturwinkel ϑ von theoretisch bis zu 180° Grad erreicht werden, da folgende Gleichung gilt:

$$r = 2f \tan(\vartheta/2) \quad (1)$$

Bei $r=2f$ erreicht man also schon einen Aperturwinkel von $\vartheta=90^\circ$, was der theoretisch maximal mögliche Aperturwinkel eines Objektivs wäre (in der Praxis ist dieser natürlich noch geringer und liegt bei maximal $\vartheta \approx 70^\circ$ bzw. $\sin \vartheta \approx 0.95$). Allerdings ist auch seit langem bekannt, dass ein Parabolspiegel die Sinusbedingung nicht erfüllt und entsprechend starke Coma bei einer schief einfallenden Planwelle erzeugt. Trotz allem gibt es aber Anwendungen, bei denen der große erreichbare Aperturwinkel essentiell ist.

Die Absorptionswahrscheinlichkeit eines einzelnen Atoms/Ions, das einen Dipolübergang hat und entsprechend bei der Abstrahlung eine Dipolwelle erzeugt, sollte zum Beispiel aus Symmetriegründen dann maximal sein, wenn ein einzelnes Photon mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wie bei einer invertierten Dipolwelle angeboten wird [1]. Dabei muss sowohl die räumliche als auch zeitliche Verteilung bei der Abstrahlung invertiert angeboten werden. Für die Erzeugung der räumlichen Verteilung einer Dipolwelle muss also ein Raumwinkel von fast 4π abgedeckt werden, wobei auch noch die maximale Strahlstärke beim Aperturwinkel $\vartheta=90^\circ$ erreicht werden muss. Durch eine konventionelle „ 4π “-Anordnung wie bei der konfokalen 4π -Mikroskopie wäre dies aber nicht möglich, da eben gerade die Aperturwinkel zwischen 70° und 110° nicht erzeugt werden können. Also ist dort der Parabolspiegel eine elegante Lösung.

2 Berechnung der PSF

Die Punktbildfunktion (PSF), die in unserem Fall die elektrische (oder magnetische) Energiedichte im Fokusbereich darstellt, wird mit dem Debye-Integral berechnet [2]. Dies bedeutet anschaulich, dass längs jedes Lichtstrahls von der Fokalsphäre des Parabolspiegels oder eines anderen optischen Elements/Systems (Fokalsphäre: Kugelschale um den Fokus herum mit Krümmungsradius = Brennweite) zum Fokus eine lokale Planwelle läuft, deren Polarisationszustand zum Beispiel lokal durch Polarisations-Raytracing berechnet werden kann. Durch kohärente Addition dieser Planwellen wird der elektrische (oder magnetische) Feldstärkevektor im Fokus bzw. in einem Bereich um den Fokus herum berechnet. Aus Gründen der Energieerhaltung muss dazu jede Planwelle in Abhängigkeit vom Winkel mit der optischen Achse entsprechend gewichtet werden [3].

Zur Erzeugung einer Dipolwelle mit Hilfe eines tiefen Parabolspiegels muss die einfallende Wellenfront eben sein und parallel zur optischen Achse propagieren. Ihre Intensitätsverteilung darf aber nicht konstant sein, sondern muss eine spezielle Verteilung mit einer Nullstelle auf der Achse besitzen [4]. Die Polarisation der einfallenden Welle muss außerdem radial sein.

3 Vergleich der PSF verschiedener optischer Systeme

Abbildung 1 zeigt das Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke im Fokalbereich für verschiedene optische Systeme bei jeweils einer einfallenden Lichtleistung von 1 W. Untersucht wurden zum einen ein unendlich großer Parabolspiegel (der in unserem Fall mit $f=2.1$ mm allerdings schon bei $r=20$ mm mit guter Näherung realisiert wäre) und der in unserem experimentellen Aufbau tatsächlich verwendete Parabolspiegel mit $r=10$ mm und einem Loch von 1.5 mm Durchmesser in der Mitte. In beiden Fällen ist die einfallende Welle radial polarisiert und hat die Intensitätsverteilung, die für eine ideale Dipolwelle nötig wäre. Als drittes wurde

der Parabolspiegel mit $r=10$ mm mit einer radial polarisierten Doughnut-Mode beleuchtet, die eine einigermaßen gute Annäherung an die erforderliche Intensitätsverteilung darstellt. Die restlichen vier Systeme sind jeweils „konventionelle 4π -Systeme“ bestehend aus zwei Objektiven mit je einer numerischen Apertur (in Luft) von $NA=0.95$. Im ersten dieser Fälle ist das einfallende Licht eine linear polarisierte ebene Welle mit konstanter Intensität. In den restlichen drei Fällen ist die Polarisation radial, aber die Intensität ist entweder wie bei einer idealen Dipolwelle, bei einer angepassten Doughnut-Mode oder einer Ringapertur mit einem Innenradius von 90% des Außenradius.

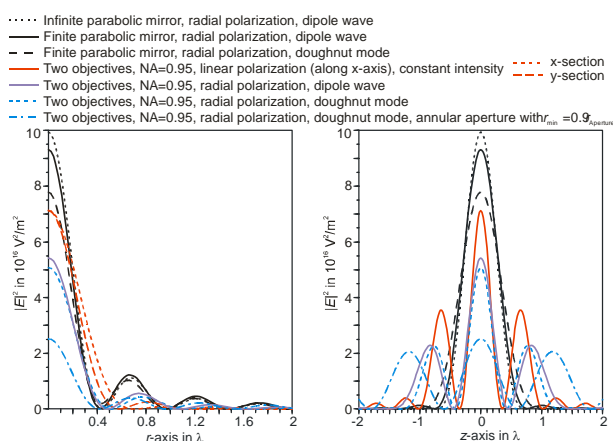


Abb. 1 Lateraler (links) bzw. axialer Schnitt (rechts) durch die PSF eines Parabolspiegels oder eines konventionellen „ 4π “-Systems aus zwei aplanatischen Objektiven bei verschiedenen Polarisationszuständen bzw. Intensitätsverteilungen der einfallenden ebenen Welle.

Es ist deutlich zu sehen, dass der Parabolspiegel, der die ideale Dipolwelle erzeugt, die maximale elektrische Feldstärke bei vorgegebener Lichtleistung erzeugt. Erst an vierter Stelle kommt das konventionelle 4π -System mit linearer Polarisation und noch weiter hinten die konventionellen 4π -Systeme mit radialer Polarisation. Nach der Ringapertur liefert der Parabolspiegel mit Dipolwelle auch den schmalsten lateralen Fokus. Interessant ist auch die Verteilung längs der optischen Achse (z-Achse). Dort hat der Parabolspiegel mit Dipolwelle zwar die breiteste axiale Ausdehnung bis zum ersten Minimum, aber bei weitem die geringsten Nebenmaxima. Letzteres könnte in der konfokalen 4π -Mikroskopie von Vorteil sein, da der Kontrast längs der optischen Achse dann nicht durch hohe Nebenmaxima beeinträchtigt wird.

Abbildung 2 zeigt den Einfluss von Verkippungen der einfallenden ebenen Welle für den Fall des Parabolspiegels mit $r=10$ mm und idealer Dipolwelle. Schon bei einem Kippwinkel $\varphi=0.1'$ fällt das Betragsquadrat der maximalen elektrischen Feldstärke auf den halben Wert ab (Bild links unten), und bei einer Bogenminute Kippung (rechts unten) ist starke Coma mit einer Reduktion des Maximal-

wertes um den Faktor 40 zu sehen. Die Verkippung sollte also auf jeden Fall $\varphi < 6''$ betragen.

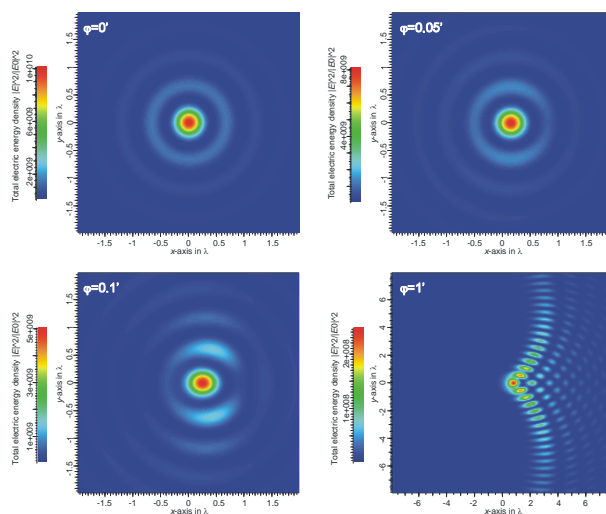


Abb. 2 PSF in der Fokalebene eines idealen Parabolspiegels bei einfallender Welle wie zur Erzeugung einer invertierten Dipolwelle nötig, allerdings bei kleiner Verkippung φ der Welle relativ zur optischen Achse.

Es wurde auch untersucht, welche Auswirkungen Abweichungen des Parabolspiegels von der idealen parabolischen Form auf die elektrische Energiedichte im Fokus haben. Wie im skalaren Fall sollte der Parabolspiegel Aberrationen von kleiner $1/4$ Wellenlänge peak-to-valley erzeugen, damit er noch als beugungsbegrenzt gelten kann. Falls dies nicht der Fall ist, müssen die Aberrationen gemessen und mit einer vorgeschalteten Phasenplatte (wie bei einer Schmidt-Kamera) korrigiert werden. Ein spezieller interferometrischer Prüfaufbau, der eine Vollkugel um den Fokus herum als Nullelement verwendet, wurde hierzu aufgebaut und die Aberrationen des vermessenen Parabolspiegels zeigen einen P/V-Wert von 1.6λ bei der Design-Wellenlänge von $\lambda=252$ nm. Eine Kompensation mit einer Phasenplatte ist also erforderlich.

Literatur

- [1] M. Sondermann, R. Maiwald, H. Konermann, N. Lindlein, U. Peschel, G. Leuchs, "Design of a mode converter for efficient light-atom coupling in free space," *Appl. Phys. B* **89**, 489-492 (2007)
- [2] B. Richards, E. Wolf, "Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system," *Proc. R. Soc. A* **253**, 358-379 (1959)
- [3] N. Lindlein, M. Sondermann, R. Maiwald, H. Konermann, U. Peschel, G. Leuchs, "Focusing light with a deep parabolic mirror," submitted to *Optics Express*.
- [4] N. Lindlein, R. Maiwald, H. Konermann, M. Sondermann, U. Peschel, G. Leuchs, "A new 4π -geometry optimized for focussing onto an atom with a dipole-like radiation pattern," *Laser Physics* **17**(7), 927-934 (2007)