Schnelle Profilformbestimmung von diffraktiven Elementen durch Least-Square-Approximation mit verschobenen Basisfunktionen

Bastian Trauter * **, Karl-Heinz Brenner**

**Carl Zeiss SMT AG, Oberkochen*
***Lehrstuhl für Optoelektronik, Universität Heidelberg*

mailto:b.trauter@smt.zeiss.com

Wir verwenden die Least-Square-Approximation mit verschobenen Basisfunktionen zur Bestimmung des lokalen Gitterprofils diffraktiver Elemente. Dazu approximieren wir rigoros berechnete Beugungseffizienzen im Parameterraum. Die Approximation durch verschobene Basisfunktionen liefert eine analytische Darstellung des Parameterraums, die leicht numerisch invertiert werden kann.

1 Inverses Gitterbeugungsproblem

Als Anwendung der Approximation durch verschobene Basisfunktionen betrachten wir das inverse Gitterbeugungsproblem. Klassischerweise kennt man das Vorwärtsproblem, d.h. zu einer gegebenen Gittergeometrie sucht man die Stärke der einzelnen Beugungsordnungen - in Abhängigkeit der Polarisation, Wellenlänge und Gitterperiode. Dies liefern elektromagnetische Beugungstheorien, wie beispielsweise die Rigorous Coupled Wave Analysis (RCWA) [1]. Wir betrachten nun das inverse Problem, wir möchten also ausgehend von der Beugungseffizienz der einzelnen Ordnungen zurück schließen auf das Gitterprofil. Dieses Problem ist im Allgemeinen allerdings nicht eindeutig und nicht direkt invertierbar. Deshalb versuchen durch eine Einschränkung des Parameterraums und mit Hilfe der Approximation das Problem numerisch zu invertieren.

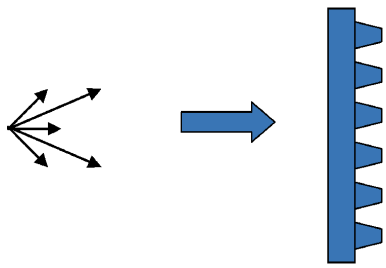

Abbildung 1 *Inverses Gitterbeugungsproblem*

Wir parametrisieren zunächst das Gitterprofil durch eine endlich Zahl von Gitterparametern. Diese Parameter fassen wir zu einem Vektor $\vec{p} = (p_1, ..., p_N)$ zusammen, der das Gitter beschreibt. Außerdem betrachten wir eine bestimmte Messkonfiguration $\vec{C} = (\lambda, \pi, \vartheta, m)$. Diese besteht aus der Wellenlänge λ, der Polarisation π, dem Einfallswinkel ϑ, sowie der betrachteten Ordnung m.

Die RCWA liefert uns dann zu einem gegebenen Parametersatz $\vec{p}$ und einer Messkonfiguration $\vec{C}$ die jeweilige Beugungseffizienz η. Wir betrachten nun die RCWA als Modellfunktion m, die wir invertieren möchten. Damit wir N Profilparameter bestimmen können, brauchen wir ein eindeutiges oder überbestimmtes System. Wir betrachten daher L verschiedene Messkonfiguration mit $L \geq N$. Die Beugungseffizienzen der L Konfiguration fassen wir zu einem Vektor zusammen:

$$\vec{\eta}(\vec{p}) = \begin{pmatrix} m(\vec{p}; \vec{C}_1) \\ \vdots \\ m(\vec{p}; \vec{C}_L) \end{pmatrix}$$

Um nun die Parameter zu einem Effizienzvektor eines unbekannten Gitters zu bestimmen, müssen wir den Parameterraum abtasten. Wir berechnen an M Punkten des Parameterraums jeweils die Beugungseffizienz der L Konfigurationen. Wir brauchen dann eine Darstellung des Parameterraums, die wir z.B. mit Hilfe von Optimierungsalgorithmen invertieren können. Wir haben dabei:

- Eine hohe Dimension des Parameterraums
- Vektorielle Daten
- Keine Information über die Werte zwischen den Abtastpunkten

Die Erweiterung der Approximation mit verschobenen Basisfunktionen auf vektorielle Daten deckt diesen Fall ab und liefert uns eine analytische Darstellung der vektoriellen Daten des gesamten Parameterraums.

2 Approximation mit verschobenen Basisfunktionen

Die Approximation mit verschobenen Basisfunktionen ermöglicht es vektorielle Daten in einem beliebig dimensionalen Raum zu approximieren. Man erhält durch die Approximation eine kompakte, analytische Darstellung des Vektorfeldes. Im Vergleich zu vielen Interpolationsalgorithmen bietet die Approximation einige Vorteile:

- Kein äquidistantes Raster notwendig
- Akkumulatives Verfahren: neue Datenpunkte können leicht hinzugefügt werden
- Beliebig oft stetig differenzierbare analytische Darstellung
- Glättung von verrauschten Daten

Zur Theorie der verschobenen Basisfunktion sei auf [2] und [3] verwiesen.

3 Anwendung der Approximation zur Profilformbestimmung

Nun betrachten wir die Anwendung der vektoriellen Approximation zur Profilformbestimmung. Gegeben seien also Beugungseffizienzen eines unbekannten Gitters, die bei verschiedenen Messkonfigurationen bestimmt wurden. Wir beginnen mit einer Parametrisierung des Gitters und grenzen so das Problem auf einen endlichen Parameterraum ein. Anschließend berechnen wir uns Effizienzvektoren verteilt über den Parameterraum als Grundlage für die Approximation. Die berechneten Daten approximieren wir dann mit Hilfe von verschobenen Basisfunktionen und erhalten so eine analytische Darstellung des Vektorraums der Beugungseffizienzen. Jetzt können wir die Approximation mit Hilfe von Optimierungsalgorithmen durchsuchen und die Stelle im Parameterraum bestimmen, die die geringste Abweichung zum Effizienzvektor des unbekannten Gitters aufweist.

4 Beispiel

Wir betrachten nun ein konkretes Beispiel, um die Profilformbestimmung zu demonstrieren. Wir betrachten ein Binärgitter mit einer Gitterperiode von 2 µm. Gegeben sei die Beugungseffizienz bei fünf verschiedenen Wellenlängen. Wir wollen zwei Parameter bestimmen: die Gitterhöhe h und den Füllfaktor f.

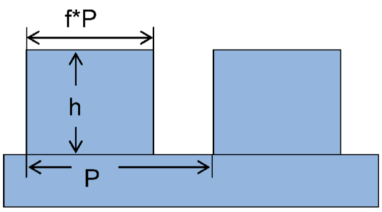

Abbildung 2 *Modell des Gitterprofils*

Für die beiden Parameter haben wir die Beugungseffizienz der fünf Messkonfigurationen für 11 x 11 Parameterkombinationen berechnet. Aus den Effizienzen an den Abtastpunkten berechnen wir nun die Approximation, die als Superposition von 8 x 8 verschobenen Basisfunktionen dargestellt wird. Jede Effizienz des unbekannten Gitters liefert dann in der entsprechenden Komponente der Approximation eine Höhenlinie. Dadurch, dass wir verschiedene Messkonfigurationen betrachten, erhalten wir eine vektorielle Größe und können so den Schnittpunkt der einzelnen „Höhenlinien“ bestimmen.

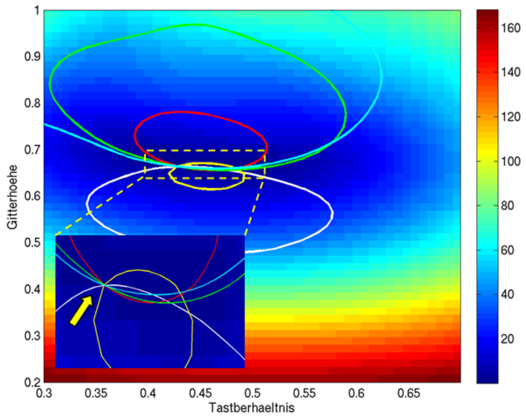

Abbildung 3 *Höhenlinien der gemessenen Beugungseffizienzen*

Für das Beispiel haben wir die berechneten Beugungseffizienzen eines bekannten Gitters (Füllfaktor 0.428 und Gitterhöhe 0.664 µm) betrachtet und die Gitterparameter aus der Approximation bestimmt. Die Höhenlinien der fünf Effizienzen schneiden sich alle in einem Punkt und zwar bei einem Füllfaktor von 0.428 und einer Gitterhöhe von 0.664 µm. Der gefundene Parametersatz ist also identisch mit den Daten des gegebenen Gitters.

5 Zusammenfassung

Verschobene Basisfunktionen sind ein einfaches, genaues und effizientes Mittel zur Approximation vektorieller Daten. Insbesondere bei verrauschten Daten bieten sie Vorteile gegenüber den gängigen Interpolationsverfahren. Durch eine Approximation von elektromagnetisch berechneten Beugungseffizienzen im betrachteten Parameterraum kann das inverse Gitterbeugungsproblem gelöst werden. Durch die Betrachtung von mehreren Messkonfigurationen erhält man eine vektorielle Größe, so dass das Problem für eine gegebene Parameterzahl eindeutig wird.

Literatur

[1] M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet, and T. K. Gaylord, “Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings,” J. Opt. Soc. Am. A **12**(5), 1068 (1995).

[2] K.-H. Brenner, “Effiziente Beschreibung optischer Flächen und Rekonstruktion aus Gradienten mit verschobenen Basisfunktionen,” Proc. DGaO p. B13 (2008).

[3] K.-H. Brenner, “Shifted Base Functions: An Efficient and Versatile New Tool in Optics,” J. Phys.: Conf. Ser. (WIO08) (2008).