Paraxiale Bestimmung der Steuerkurven von Zoomsystemen

Joerg Sprenger

Carl Zeiss MicroImaging GmbH
37081 Göttingen, Königsallee 9-21

mailto:j.sprenger@zeiss.de

Bei mechanisch kompensierten Variosystemen wird eine als Kompensator bezeichnete Linsengruppe auf einer im allgemeinen nichtlinearen Steuerkurve so nachgeführt, dass bei konstanter Übertragungslänge die Bildschärfe in jeder eingestellten Zoomstellung erhalten bleibt. Das Ermitteln dieser Steuerkurven soll für 3 wichtige Anwendungsfälle gezeigt werden.

1. Einleitung

Zoomsysteme haben mittlerweile in viele Bereiche Einzug gehalten, so gibt es Endlich-endlich-Systeme mit variablen Abbildungsmaßstab, Unendlich-endlich-Systeme wie bspw. Photoobjektive bzw. Variookulare mit veränderbarer Brennweite und afokale Vergrößerungswechsler mit einer variablen Fernrohr- bzw. Winkelvergrößerung. Für die Beschreibung der Bewegungsverläufe bietet sich jedoch eine Einteilung nach dem Zoomkern an. Unter Zoomkern sind nur die Linsengruppen zu verstehen, die beweglich bzw. von beweglichen Gruppen eingeschlossen sind.
Für Systeme, bei denen der Zoomkern aus zwei aufeinanderfolgenden beweglichen Linsengruppen besteht, finden sich in der Literatur [1] die Wüllnerschen Gleichungen zur Beschreibung der Steuerkurven.

2. Wüllnersche Gleichungen

Für ein 4-gliedriges Photoobjektiv mit einer variablen Brennweite f_g', einer Übertragungslänge L und einer paraxialen Ausgangsschnittweite s_4' lassen sich für den Bewegungsablauf folgende Gleichungen zusammenstellen:

$$l = L - f_1' + s_4 - s_4'$$

$$f_g' = f_1' \beta' \beta_4'$$

$$e_2 = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - l\left(f_2' + f_3'\right) - f_2' f_3' \frac{(\beta'-1)^2}{\beta'}}$$

$$s_2 = \frac{f_2' f_3' - \beta' f_2' (f_3' - e_2)}{\beta' (f_2' + f_3' - e_2)}$$

$$e_1 = f_1' - s_2$$

$$e_3 = l + s_2 - e_2 - s_4$$

(1.1 – 1.6)

Komplexere Zoomsysteme bestehen aus Zoomkernen mit mehr als 2 Linsengruppen, für solche Systeme sollen im Weiteren Formeln abgeleitet werden. Wie am Beispiel des 4-gliedrigen Photoobjektivs gezeigt, erschließt sich mit der Ableitung des Zoomkerns die Beschreibung für eine ganze Klasse von Zoomsystemen.

3. Ableitung der Gleichungen mit Hilfe der Gaußschen Klammern

Basierend auf der paraxialen Optik bietet die Methode der Gaußschen Klammern rekursive Beziehungen optischer Größen untereinander. Ausgehend von der Newton-Form der Abbildungsgleichung folgt:

$$z \cdot z' = -f_i'^2 \qquad (2)$$

$$z_{i+1} = -t_i + z_i' = -t_i - \frac{f_i'^2}{z_i} \qquad (3)$$

Hierbei werden die Abstände t_i bzw. Schnittweiten z_i auf die Brennpunkte der jeweiligen Glieder bezogen, für den Abbildungsmaßstab folgt:

$$\beta_g' = \prod_{i=1}^{N} \beta_i' = \prod_{i=1}^{N} \frac{f_i'}{z_i} = \prod_{i=1}^{N} f_i' / \Psi_0(N) \qquad (4)$$

Der entstehende Kettenbruch für die Schnittweiten z_i wird als Gaußsche Klammer Ψ_0 definiert und findet sich wieder bei der Berechnung der Ausgangsschnittweite s_N'.

$$s_N' = f_N' - f_N'^2 \frac{\Psi_0(N-1)}{\Psi_0(N)} \qquad (5)$$

Zwischen den Gaußschen Klammern gelten verschiedene Beziehungen, hier sei auf die Arbeit [2] von Herrn Dr. Holota verwiesen.

4. Zoomkern aus 3 Gruppen

Bei Zoomkernen bestehend aus 3 Gruppen lassen sich zwei Ausführungen unterscheiden. Variante 1, alle drei Gruppen bewegen sich bei fester Übertragungslänge und einer weiteren Nebenbedingung oder Variante 2 die mittlere Gruppe steht ortsfest bezüglich Objekt bzw. Bild.

4.1 Zoomkern mit 2 Baulängenforderungen

Aus der Forderung einer ortsfesten mittleren Gruppe ergeben sich 2 Baulängenbeziehungen:

$$b_1 = -s_1 + e_1 = t_0 + f_1' + t_1 + f_1' + f_2' \qquad (6.1)$$

$$b_2 = e_2 + s_3' = t_2 + f_2' + f_3' + s_3' \qquad (6.2)$$

Bei der Auflösung dieser Beziehungen mit β' als Parameter, ergibt sich eine biquadratische Gleichung mit entsprechend geschachtelten Wurzelausdrücken. Aus diesem Grund wird als Parameter die Eingangsschnittweite gewählt, man erhält damit eine quadratische Gleichung für die gesuchten Luftabstände e_i:

$$b_1' = b_1 - 2 f_1' - f_2', \; b_2' = b_2 - f_2' - 2 f_3'$$

$$w_1 = (b_2 - f_2')\, t_0^{\,2} + (f_2'^2 - b_1'(b_2 - f_2'))\, t_0 + f_1'^2 (b_2 - f_2')$$
$$w_2 = t_0 (f_2'^2 - (b_1' - t_0)(b_2' - 2 f_3')) + b_2' f_1'^2 - 2 f_1'^2 f_3'$$

$$s_1(t_0) = -t_0 - f_1'$$

$$e_1(t_0) = b_1 - t_0 - f_1'$$

$$e_2 = \frac{b_2'(f_1'^2 + t_0(t_0 - b_1')) - f_2'^2 t_0 \pm \sqrt{w_1\, w_2}}{2(f_1'^2 + t_0(t_0 - b_1'))} + f_2' + f_3'$$

$$s_3'(t_0) = b_2 - e_2$$

(6.3 – 6.10)

4.2 Zoomkern mit fester Pupillenabbildung

Soll bei einem Variosystem während des Zoomens die Ein- und Austrittspupillenlage erhalten bleiben, so ist dies mit einem mindestens 3-gliedrigen Zoom möglich. Hierzu wird folgende bereits bei Berek [3] angegebene Beziehung zwischen dem Abbildungsmaßstab β', der Brennweite f_g' und den Abständen zweier Objektebenen a bzw. zweier Bildebenen a' genutzt:

$$\frac{\beta'}{a'} - \frac{1}{a\,\beta'} = \frac{1}{f_g'} \qquad (7.1)$$

Aus diesem Zusammenhang lässt sich mit gewähltem Abbildungsmaßstab β' und den auf die Objekt- und Bildebene bezogenen Pupillenlagen die Brennweite f_g' des Zoomkerns bestimmen. Aus den rekursiven Beziehungen zwischen den Gaußschen Klammern und der Bedingung für eine konstante Übertragungslänge U lassen sich folgende Gleichungen angeben:

$$t_2 = \frac{f_2' f_3' T}{2(f_2' f_3' + f_1' f_g')} \pm \sqrt{\frac{T^2 - 4 \prod\limits_{i,j,k=(123)}^{3} \left(\frac{f_i' f_j' + f_k' f_g'}{f_1' f_2' f_3' f_g'} \right)}{4(1 + f_1' f_g'/(f_2' f_3'))^2}}$$

$$T = f_g' \beta' + f_g'/\beta' + (U - 2(f_1' + f_2' + f_3'))$$

$$s_1(\beta') = -\frac{f_1' f_g'}{f_2' f_3'} t_2 + \frac{f_g'}{\beta'} - f_1'´$$

$$e_1(\beta') = \left(\tfrac{f_1' f_2' f_3'}{f_g'} + f_2'^2 \right) / t_2 + f_1' + f_2'$$

$$e_2(\beta') = t_2 + f_2' + f_3'$$

$$s_3'(\beta') = U - e_1 - e_2 + s_1$$

(7.2 – 7.8)

Damit sind für Zoomkerne mit 3 Gruppen unter Berücksichtigung paraxialer Nebenbedingungen die entsprechenden Gleichungen gegeben.

Mit Hilfe solcher Gleichungen lässt sich sowohl die Ansatzsuche als auch die Tolerierung systematischer gestalten. Insbesondere besteht die Möglichkeit, diese Gleichungen direkt im Optik-Design-Programm zu integrieren. Damit lassen sich simultan aus den aktuellen Gruppenbrennweiten die zugehörigen Luftabstände berechnen. Mit solch einem Modell im Optik-Programm eröffnet sich die Möglichkeit, die Größe des Zoombereichs, Extremalstellungen im Bewegungsbereich sowie die Frage der optimalen Stützstellenwahl für die Optimierung besser abbilden zu können.

Literatur

[1] Naumann/ Schröder: Bauelemente der Optik, S. 389 6. Auflage, Carl Hanser Verlag, München, Wien 1992

[2] Dissertation von Wolfgang Holota, Zur Verwendung modifizierter Gaußscher Klammern bei der paraxialen Ansatzfindung von Variooptiken (1986)

[3] Berek, Max: Grundlagen der praktischen Optik, S.24 Walter de Gruyter & Co. , Berlin 1970