

Ein Lichtschwert zur Veranschaulichung der Neutrinooszillation

E.Frins*, B.Hils**, D.Dietrich**, W.Dultz**, H.Schmitzer

Universidad de la República Uruguay*, Univ. Frankfurt(Main)**, Xavier Univ. Cincinnati

requalivahanus(affenschaukel)t-online.de

Neutrinos sind Elementarteilchen, deren quantenmechanischer Überlagerungsprozess der des Lichtes entspricht und als *Neutrinooszillation* bezeichnet wird. Diese ist analog zur Interferenz polarisierter Photonen, so daß wir ein „Lichtschwert“ aus einem doppelbrechenden Plexiglasstab konstruieren konnten, das die „Teilchenschwebung“ der Neutrinos mit Photonen zu veranschaulichen erlaubt.

Neutrinos treten in drei Generationen oder „leptonic flavours“ auf: es gibt Elektron ν_e , Myon ν_μ und Tauon ν_τ -Neutrinos, die sich durch ihren Erzeugungsprozess unterscheiden, miteinander interferieren und nur über die schwache Wechselwirkung und die Gravitation mit der Materie reagieren. Sie entstehen in großer Zahl bei Kernprozessen in Sternen. Da sie aber nur sehr selten mit anderen Teilchen streuen, werden wir zwar ständig von Neutrinos, die in der Sonne bei der Wasserstoffusion entstehen bombardiert, können sie aber nur sehr schwer beobachten. Es zeigte sich nun, daß nur etwa halb so viele ν_e -Neutrinos der Sonne auf der Erde ankommen wie erwartet, weil sie sich unterwegs teilweise in andere Neutrinos der Flavour-Basis umwandeln und daher von den ν_e -Detektoren auf der Erde nicht mehr erfaßt werden. Dieser Oszillationsprozess wird als Interferenz zwischen den Zustände $\nu_i, i=1,2,3$ der Neutrino-Massenbasis mit den Massen m_i gedeutet. Einschub 1 zeigt, wie Flavour- und Massenzustände über die Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-(PMNS)-Matrix $U_{\alpha k}$ beschrieben

werden, die Umwandlungswahrscheinlichkeit P von dieser abhängt und die Energien E_k der Massenzustände im ultrarelativistischen Fall der Neutrinopropagation ausgedrückt werden können. Für den praktisch wichtigen Fall von nur zwei Neutrino flavors und maximaler Mischung findet man für P eine \sin^2 -Schwebung, die von der Neutrinoenergie E , vom Abstand $L=ct$ zur Quelle und der Differenz $\Delta m^2 = (m_\alpha)^2 - (m_\beta)^2$ der Massensquadrate der beiden Flavorzustände α, β abhängt, alles denen wohlbekannt, die's wissen [1]. Man kann statt dessen auch die

POLARISIERTES LICHT AUF DER POINCARÉ-KUGEL

$$|\psi(\theta)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ e^{-i\frac{\theta}{2}} |\psi_x\rangle + e^{i\frac{\theta}{2}} |\psi_y\rangle \} = \sum_k U_{\alpha k}^* |\psi_k\rangle$$

„PMNS-Matrix“ $U_{\alpha k}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\theta}{2}} & e^{i\frac{\theta}{2}} \\ e^{-i\frac{\theta}{2}} & e^{i\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix}$

Orthogonale „Flavour“-Basis $|\psi(\theta=0^\circ)\rangle, |\psi(\theta=180^\circ)\rangle$

$|\psi(\theta, L)\rangle = e^{i\kappa L} |\psi(\theta)\rangle, \kappa = \frac{2E}{\hbar} (m_2 - m_1)$ Licht in der Ausbreitung

Übergangswahrscheinlichkeit $P(|\psi(\theta=0)\rangle \rightarrow |\psi(\theta=180^\circ)\rangle)$

$$P = |\langle \psi(0^\circ) | \psi(180^\circ, L) \rangle|^2 = \frac{1}{4} | \langle \psi_x | + i \langle \psi_y | \{ e^{i\kappa L} |\psi_x\rangle + e^{-i\kappa L} |\psi_y\rangle \} |^2$$

$$= \sin^2 \left(\frac{\pi L (m_2 - m_1)}{\hbar} \right)$$

Einschub 2 „PMNS-Matrix“ für polarisierte Photonen

de Broglie-Wellenlänge h/p der Neutrinozustände ν_i ausrechnen und erhält das selbe Ergebnis für die Schwebungslänge $L_{osc} = 4\pi E \hbar / (\Delta m^2 c^3)$; die Schwebungsperiode beträgt $2L_{osc}$. Das brachte uns auf die Idee die Neutrinooszillation mit der Hilfe von Licht in einem doppelbrechenden Medium zu modellieren. Auf der Poincaré-Kugel, Abb.1, kann man die Polarisationszustände ψ des Lichtes als Überlagerung aus den zwei linear polarisierten Basisfunktionen ψ_x, ψ_y beschreiben [2], Einschub 2. Der Übergang zu einer anderen „Flavour“-Basis der polarisierten Photonen wird wie bei den Neutrinos durch eine „PMNS“-Matrix $U_{\alpha k}$ beschrieben. Wir verwenden wieder maximale Mischung der Zustände ψ_x, ψ_y mit den Phasendifferenzen $\theta_{1,2} = 0^\circ, 180^\circ$, d.h. auf der Poincaré-Kugel in Abb.1 liegt die „Flavour-Basis“ des Lichtes

NEUTRINOFELD: Flavorzustände: $\nu_\alpha; \alpha = e, \mu, \tau$
Massenzustände: $\nu_k; k = 1, 2, 3$

ÜBERLAGERUNG: $|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle$ PMNS-Matrix
 Invers: $|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle$ ($U_{\alpha k}$)

PROPAGATION: $|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-i\frac{E_k t}{\hbar}} |\nu_k\rangle$ Quant.mech.

ÜBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEIT $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$
 $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_k U_{\beta k} U_{\alpha k}^* e^{-i\frac{E_k t}{\hbar}} \right|^2$ Einsetzen $|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle$

Ultrarelativistisch: $E_k \gg m_k c^2; p_k = \frac{E_k}{c}; E \approx E_k; t \approx \frac{L}{c}$
 $\Rightarrow E_k = \sqrt{p_k^2 c^2 + m_k^2 c^4} \approx E + \frac{m_k^2 c^4}{2E}$ spez. Relat.theorie

NUR 2 NEUTRINOS: $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ oder $\nu_e \leftrightarrow a\nu_\mu + b\nu_\tau$

PMNS-Matrix: $U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ ein Mischungswinkel θ
 mit $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2, \theta = 45^\circ$ maxim. Mischung

ÜBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEIT: $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \sim \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 c^3}{4E} L \right)$

Einschub 1 Theorie der Neutrinooszillation

tes auf dem Großkreis mit den Polarisationszuständen $\psi_\alpha(\Theta_1)$, $\psi_L(\Theta=45^\circ)$, $\psi_\beta(\Theta_2)$, $\psi_R(\Theta=-45^\circ)$. Bei der Ausbreitung des Lichtes im doppelbrechenden Medium ändert sich die Phase $kL=2\pi L(n_l-n_s)/\lambda$ des eingestrahnten Polarisationszustandes $\psi_\alpha(\Theta_1)$ periodisch auf dem blauen

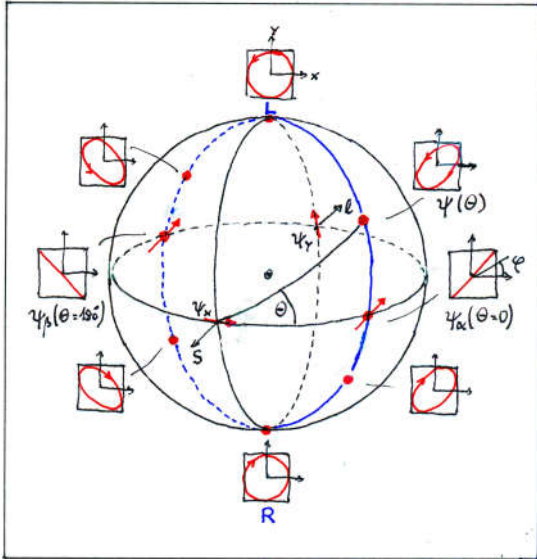


Abb.1 Poincaré-Kugel mit den Polarisationsellipsen im Plexiglasstab. Θ ist die Phasendifferenz zwischen den Polarisationszuständen ψ_x , ψ_y , φ der Azimut oder Beobachtungswinkel

Großkreis; n_l , (n_s) sind die Brechungsindizes der langsamen (schnellen) Achse im Medium, alles wohlbekannt [2]. Längs der Ausbreitungsrichtung führt das zu einer Schwebung der Polarisationszustände d.h. zu einer Abwechslung der Lichtzustände wie auf dem blauen Großkreis der Poincaré-Kugel, Abb.1. Wir verwenden als doppelbrechendes Medium einen Plexiglasstab, Abb.2,3, mit einer Schwebungsperiode (Beatlänge) von 27,4mm und strahlen mit einem Laserpointer linear polarisiertes Licht von 530nm unter 45° zu den Polarisations-Hauptachsen x,y ein. Das Licht wird Rayleigh-gestreut, d.h. wenn man auf die Spitze eines Hertzchen Dipols blickt, sieht man kein Streulicht, wohl aber, wenn man auf die Seite des Dipols schaut, Abb.2,3. Das ist nur zweimal pro Umlauf auf der Poincaré-Kugel, jeweils unter den Azimutwinkeln $\varphi=\pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ der Fall. Unter den Winkeln $0^\circ, \pm 90^\circ, 180^\circ$ blickt man seitlich über die ganzen Stablänge auf inkohärent streuende Hertz-

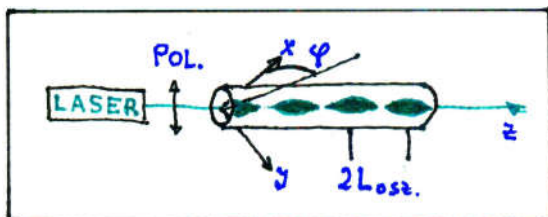


Abb.2 Aufbau des Lichtschwertes zur Illustration der Neutrinooszillation

siertes Licht von 530nm unter 45° zu den Polarisations-Hauptachsen x,y ein. Das Licht wird Rayleigh-gestreut, d.h. wenn man auf die Spitze eines Hertzchen Dipols blickt, sieht man kein Streulicht, wohl aber, wenn man auf die Seite des Dipols schaut, Abb.2,3. Das ist nur zweimal pro Umlauf auf der Poincaré-Kugel, jeweils unter den Azimutwinkeln $\varphi=\pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ der Fall. Unter den Winkeln $0^\circ, \pm 90^\circ, 180^\circ$ blickt man seitlich über die ganzen Stablänge auf inkohärent streuende Hertz-

sche Dipole (d.i. unser Streulichtmodell) und im Streulicht, das stets quer zur Stabachse linear polarisiert ist, treten keine Schwebungsbanden auf. Man erkennt in Abb.3 rechts die verschiedenen Ansichten (Azimutwinkel φ) des beleuchteten Lichtschwertes mit den Schwebungen der Polarisationszustände. Diese sind zwischen den Ansichten $\varphi = 45^\circ, 135^\circ$ um eine halbe Periode versetzt, d.h. der geänderte Azimutwinkel entspricht einer geänderten Meßmethode für Photonen einer anderen Polarisation („Flavour“). Die Dispersion des Brechungsindex im Plexiglas entspricht der Massendispersion der Neutrinos, Einschub 1. Die Lichtstreuung im Stab gleicht dem polarisierten Himmelsstreulicht der Sonne, aber hier benötigt man zur Beobachtung keinen Polarisator, da der Laser, im Gegensatz zur Sonne, als Lichtquelle bereits polarisiert ist.

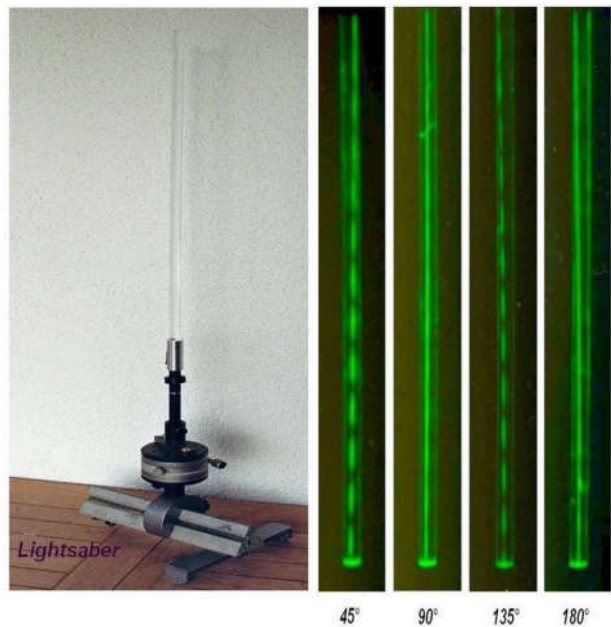


Abb.3 Plexiglasstab mit Laserpointer auf einer Rotationsbühne sowie seine Seitenansichten im Dunkeln unter verschiedenen Beobachtungswinkeln φ

Leider gibt es noch keinen Neutrinolaser, sodaß sich die Neutrinooszillation wegen der Inkohärenz der Neutrinos nach der Erzeugung nicht, wie bei unserem Lichtschwert, als eine Anzahl schön separierter Schwebungsbanden vermessen läßt. Eine Konsequenz unserer Beobachtungen betrifft die Ununterscheidbarkeit der Feldzustände von Elementarteilchen, die für eine Interferenz nicht notwendig ist.

Danksagung

E.Frins dankt Pedeciba für ihre Unterstützung

Literatur

- [1] C.Giunti et al.; Neutrino Physics (2007)
- [2] J.Simmons et al.; States, Waves and Photons (1970)