

# Modellierung eines gewundenen Raumes für die Lichtfortpflanzung

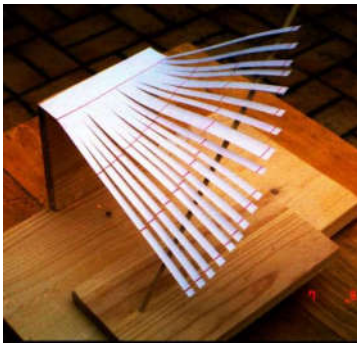
E.Frins\*, B.Hils\*\*, D.Dietrich\*\*, W.Dultz\*\*, H.Schmitzer

Universidad de la República Uruguay\*, Univ. Frankfurt(Main)\*\*, Xavier Univ. Cincinnati

requivalivahanus(affenschaukel)t-online.de

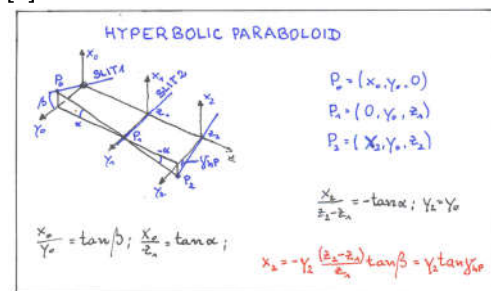
Fehlende Bertrandkurven von Kurven mit Torsion im R3 warfen die Frage auf, was das für die Huygenssche Wellentheorie bedeutet [1]. Für das Licht modellieren wir einen Raum mit Torsion, indem wir zwei gegeneinander geneigte Spalte hintereinander anordnen und mit einem Laser beleuchten. Die Berechnung der Phase und Amplitude des austretenden Lichtes erfolgt mit Hilfe der Elementarwellen [2]; sie läßt die Interpretation der Lichtwege durch Pfadintegrale zu und wird durch erste Experimente gestützt.

Die gewundene Fläche des hyperbolischen Paraboloids (hP) Abb.1, läßt sich durch gradlinige Lichtstrahlen zwischen zwei, gegeneinander geneigte Spalte konstruieren und ist experimentell leicht zugänglich Abb.2. Ihre Gleichung wird in Einschub 1 abgeleitet. Spalt 1 ist um den Winkel  $\beta$  gegen den zweiten Spalt verdreht; der Winkel  $\gamma_{hP}$  beschreibt die



**Abb.1** Hyperbolisches Paraboloid (hP) als Kartonmodell

transversale Neigung der Fläche zur Horizontalen. Die Lichtwelle  $u_P$  berechnen wir [1], indem wir die Huygensschen Elementarwellen sukzessive von der Punktquelle Q über die beiden Spalte bis zum Aufpunkt  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  bestimmen; die Näherung für die Fresnelintegrale macht eine Vorzeichenregelung notwendig, Einschub 2. Da es uns hauptsächlich auf die Phase der Welle ankommt, nehmen wir an, daß die Amplitude der Welle auf ihrem ganzen Weg konstant ist [2]. Nach der Methode der stationären Phase für



**Einschub 1** Gleichung des hyperbolischen Paraboloids (hP)

die Lichtwege – das ist das Fermatsche Prinzip - berechnen wir dann die Huygensfläche (HF) auf der die Photonen tatsächlich laufen, Einschub 2 unten. Der Winkel  $\gamma_{HF}$  ist ihr transversaler Neigungswinkel. Abb.2 zeigt die HF (blau) zusammen mit dem hP (rot). Beide Flächen laufen durch die Spalte und haben die optische  $z_2$ -Achse gemeinsam aber zwischen und nach den Spalten klaffen sie deutlich auseinander d.h. das Licht bewegt sich nicht auf den Geraden des hPs sondern auf den krummen Kurven

**ELEMENTARY WAVE  $u_P$  AFTER 2 TILTED SLITS**

$P_0 = (L \sin\beta, L \cos\beta, 0)$   
 $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$   
 $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$  Testpoint

Single Particle Wave  $u_P = \int \int \int dV' \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r}$   
 Fresnel Integrals  $C(z), S(z)$   
 [Abramowitz 7.3. Approx. 7.3.32]

$u_P(P_2) = A \{ \text{sign}(Q_1) C[\text{sign}(Q_1) Q_1] - \text{sign}(Q_2) C[\text{sign}(Q_2) Q_2] + i \text{sign}(Q_1) \text{sign}(Q_2) S[\text{sign}(Q_1) Q_1] - \text{sign}(Q_2) S[\text{sign}(Q_2) Q_2] \}$

$Q_1 = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \left( \frac{z_1 - z_0}{z_1} + \text{sign}(Q_1) \frac{r_1}{2|z_1|} \right) = \frac{z_1}{\lambda}$   
 $Q_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \left( \frac{z_2 - z_0}{z_2} + \text{sign}(Q_2) \frac{r_2}{2|z_2|} \right) = \frac{z_2}{\lambda}$

$u = -\text{sign}(Q_1) \frac{\sin^2 \frac{\pi Q_1}{2} + \cos^2 \frac{\pi Q_1}{2}}{2(z_1 - z_0)} + \frac{1}{2(z_1 - z_0)}; b = \frac{\sin^2 \frac{\pi Q_2}{2} + \cos^2 \frac{\pi Q_2}{2}}{2(z_2 - z_0)} + \frac{1}{2(z_2 - z_0)}$

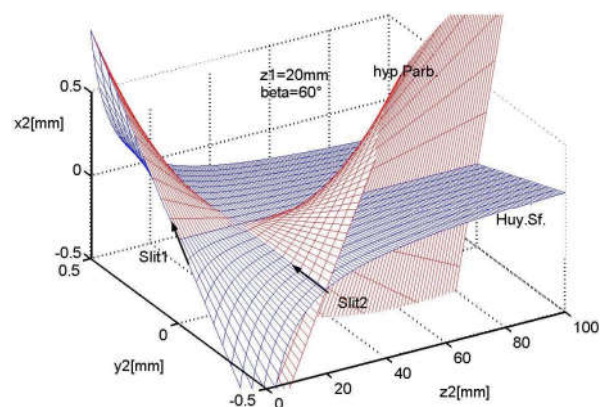
$v = -\frac{1}{(z_1 - z_0)} \left( \frac{\text{sign}(Q_1) \sin 2\frac{\pi Q_1}{2}}{2|Q_1|} - \gamma_1 + x_1 \right)$

**STATIONARY PHASE (Huygens Surface)**  
 $u_P = u_P(v(x_1, y_1, z_1), z_2) = \text{const.} \cdot d u_P = 0 = \frac{d u_P}{d x_1} dx_1 + \frac{d u_P}{d y_1} dy_1$

Tiltangle  $\gamma_{hP}$ :  $\tan \gamma_{hP} = \frac{dy_1}{dx_1}; x_2 = -\tan \gamma_{hP} y_1 = -y_2 \frac{\sin 2\beta (z_2 - z_1)}{2(z_2 - z_1) \sin^2 \beta}$

**Einschub 2** Gleichung der Lichtwelle  $u_P(P_2)$  und der Huygensfläche (HF)

der HF. Die Intensität nach den Spalten kann leicht gemessen werden und unsere Versuche bestätigen die Theorie. Abb.3 zeigt die Anordnung und Abb.4 Messungen der Intensität des Lichtes rechts vom Spalt 2 in einem festen Abstand  $z_2$ .



**Abb.2** Propagationsflächen des Lichtes

Typische Spaltbreiten sind 0,05/0,18mm für die Spalte 1/2. Der Neigungswinkel  $\gamma_{HF}$  der Lichtkeule

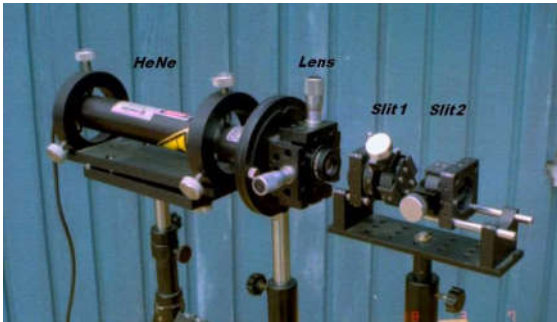


Abb.3 Versuch mit zwei Spalten

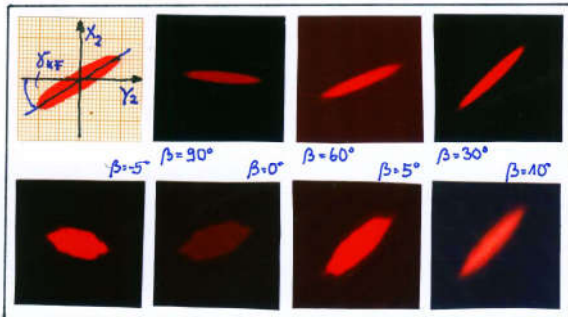


Abb.4 Intensität nach Spalt 2 für verschiedene Neigungswinkel  $\beta$  des ersten Spaltes.

dreht sich mit zunehmendem  $\beta$  aus der horizontalen Lage zunächst in eine Schräglage, um dann wieder auf Null zurückzugehen, Abb.4. Abb.5 zeigt Messungen (Punkte) des Neigungswinkels  $\gamma_{HF}$  für verschie-

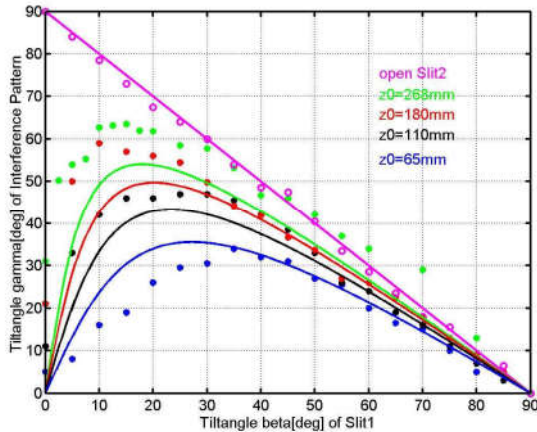


Abb.5 Neigungswinkel  $\gamma_{HF}$ : Experiment(•), Theorie(-)

dene Spaltneigungen  $\beta$  und Quellenabstände  $z_0$  am Testpunkt  $z_2 = 520\text{mm}$  rechts vom zweiten Spalt auf der Achse, sowie die entsprechende Rechnung mit den experimentellen Parametern als Linien. Die Übereinstimmung ist qualitativ sehr gut, aber quantitativ noch nicht ganz befriedigend. Eine Anpassung der Parameter ist geplant.

Hoffentlich von Weisheit geleitet [3] nehme wir im folgenden an, daß unsere Rechnung den physikalischen Lichtweg beschreibt. Berechnen wir das Eikonale der Welle  $u_p$  von mit matlab *angle* so erhalten wir eine Karte der Höhenlinien für diese Phase der Lichtwelle  $u_p$  in der vertikalen Koordinate  $x_2$  und der der

optischen Achse  $z_2$ , Abb.6. Sie zeigt die bunten Flecken und Streifen der, zur destruktiven Interferenz führenden, sich rasch ändernden Phase außerhalb des physikalischen Lichtweges auf der HF. Letzterer wird durch die gebogene blaue Linie im Gebiet der stationären Phase – dem Fluktuationsgebiet – gekennzeichnet. Die beiden Spalte sind in Abb.6 wie in den Abbn.2 und 3 20mm mm voneinander entfernt aber um  $\beta=70^\circ$  gegeneinander geneigt, um den krummen Verlauf des stationären Gebietes deutlicher zu machen. Noch etwas mutiger interpretieren wir dann auch den berechneten Bereich zwischen den Spalten als Wirklichkeit, obwohl er ja eigentlich erst „später“ durch den zweiten Spalt be-

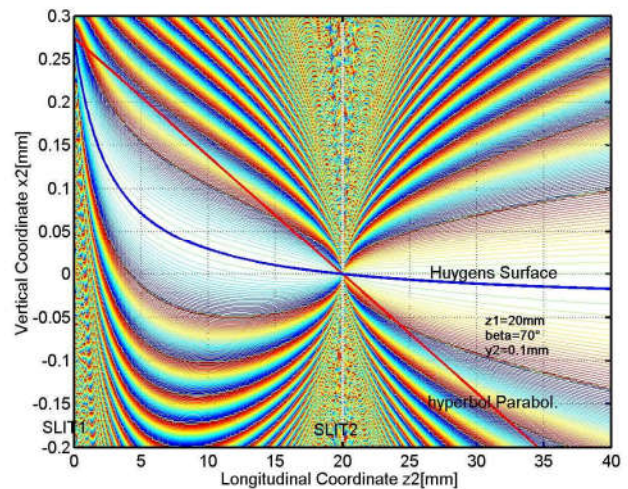


Abb.6 Phasenverteilung und physikalischer Lichtweg (blaue Linie) in einem Raum mit Torsion

stimmt wird (von dort *analytische Fortsetzung* in den Zwischenbereich der HF und *Phasenkonjugation* durch  $\text{sign}(u)$ , Einschub 2). So „fädelt sich die Welle zurück“ in den ersten Spalt. Wir nehmen an, daß das Licht auch zwischen den Spalten auf dem „geradesten“ (in Abb.6 krummen, blauen), autoparallelen Pfad auf der HF propagiert und nicht auf dem „kürzesten“ (in Abb.6 geraden, roten) Pfad auf dem hP, der quer durch die Pampa der Phasenkarte verläuft. Das wäre eine schöne Bestätigung der Voraussage des Pfadintegralformalismus der Quantenfeldtheorie für einen Raum mit Torsion [4] und ein tolles Ergebnis. Die Torsion  $\tau$  der HF entspricht dabei einfach ihrer Steigung  $-d\gamma_{HF}/dz_2$ , wie bei einer Baumarktschraube; sie ist nahe dem ersten Spalt am größten, Abb.2.

## Danksagung

E.Frins dankt dem PEDECIBA für seine Unterstützung.

## Literatur

- [1] E.Frins et al. DGaO Proc.115/116/117
- [2] Landau Lifschitz II §59
- [3] Schiller; Der Kampf mit dem Drachen
- [4] H.Kleinert; Pathintegrals, Kap.10.2