

# Ein Modellraum mit Torsion aus zwei verdrehten optischen Spalten; Teil 2

E.Frins\*, B.Hils\*\*, D.Dietrich\*\*, W.Dultz\*\*, H.Schmitzer

Universidad de la República Uruguay\*, Univ. Frankfurt(Main)\*\*, Xavier Univ. Cincinnati

requalivahanus(affenschaukel)t-online.de

Als Modellsystem für einen Ortsraum mit Torsion dienen uns zwei, um den Winkel  $\beta$  gegeneinander verdrehte optische Spalte Abb.1. Für dieses System berechnen wir den Lichtverlauf nach den Spalten mit Hilfe der Huygensschen Elementarwellen [1]. Den zweiten Spalt sehen wir als Raumfilter, das den Lichtverlauf im „virtuellen Bereich“ vor dem zweiten Spalt mit Hilfe der analytischen Fortsetzung des „reellen“ Bereichs nach ihm bestimmt.

Die Punktlichtquelle Q aus einem fokussierten He-Ne-Laser Abb.1 beleuchtet den engen (blauen) Spalt 1 im Abstand  $z_0$  und erzeugt die tonnenförmige (grüne) Wellenfront, die dann den Spalt 2 (blau) der Breite D im Abstand  $z_1$  trifft; dieser läßt

schen Satz Abb.1 mit  $z_2=ZP$  zurück. Die Formel (1) für die Lichtwelle  $u_p$  nach Ref.[1] wird hier zusammen mit den Vorfaktoren und nach der Korrektur von Schreibfehlern noch einmal angegeben.

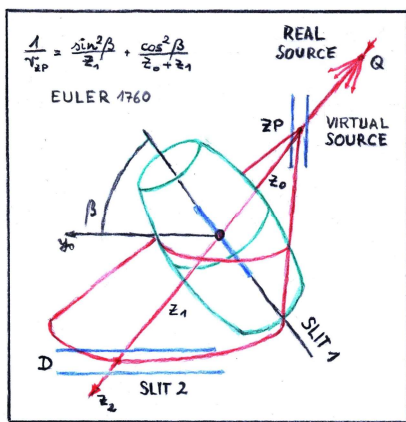


Abb.1 Die Spalte mit Eulerschem Satz und virtueller Quelle ZP

die (rote) Wellenfront durch, deren Krümmungsradius  $r_{ZP}$  sich nach Euler aus den Krümmungsradien  $z_1$  und  $z_0+z_1$  der Wellenfronttonne am Spalt 2 berechnet und bestimmt damit die virtuelle Quelle ZP. Diese bilden wir mit einer Sammellinse außerhalb der Spalte auf einem Schirm ab und können so ihren Ort ZP( $\beta$ ) mit der Linsenformel auf der optischen Achse  $z_2$  messen, in guter Übereinstimmung mit dem Eulerschen Satz Abb.2. Auf dem

$$u_p = \frac{-i \cdot e^{i \cdot k(z_0+z_2)}}{z_0 z_1 (z_2-z_1)} \cdot \left(\frac{\pi}{2k}\right)^{3/2} (|p||b||u|)^{-1/2} (1+i \cdot \text{sign}(p)) \times$$

$$\times (1+i \cdot \text{sign}(b)) \cdot e^{\frac{-i \cdot k \cdot y_2^2}{4b(z_2-z_1)}} \cdot e^{\frac{i \cdot k(x_2^2+y_2^2)}{2(z_2-z_1)}} \cdot e^{\frac{-i \cdot k \cdot v^2}{4|u|}} \cdot G$$

$$p = \frac{1}{2z_0} + \frac{1}{2z_1}; \quad b = \frac{1}{2z_1} + \frac{1}{2(z_2-z_1)} - \frac{\cos^2 \beta}{4p z_1^2}$$

$$u = \frac{1}{2z_1} + \frac{1}{2(z_2-z_1)} - \frac{\sin^2 \beta}{4p z_1^2} - \frac{\sin^2 2\beta}{64b|p|^2 z_1^2}$$

$$v = -\frac{\sin 2\beta}{8p \cdot b \cdot z_1^2 (z_2-z_1)} \cdot y_2 - \frac{x_2}{z_2-z_1}$$

$$G = \text{sign}(O_g) C(|O_g|) + i \cdot \text{sign}(u) \text{sign}(O_g) \times$$

$$\times S(|O_g|) - \text{sign}(U_g) C(|U_g|) - i \cdot \text{sign}(u) \times$$

$$\times \text{sign}(U_g) S(|U_g|) \quad (1)$$

Als Parameter enthält sie den Anfang Q bzw.  $z_0$  des Licht-Pfadbündels und seinen Endpunkt, den Aufpunkt ( $x_2, y_2, z_2$ ), sowie den Verdrehungswinkel  $\beta$  der Spalte, ihren Abstand  $z_1$  und die Breite D von Spalt 2. G beschreibt die transversale Integration über Spalt 2 durch die Fresneffunktionen C, S.

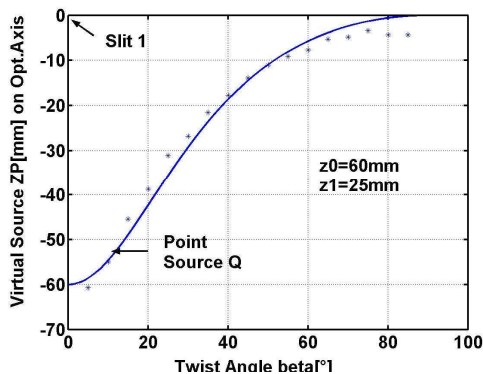


Abb.2 Virtuelle Quelle ZP, Rechnung und Messung

zeigt sich ZP als Spaltbild senkrecht zu Spalt 2, mit von D abhängiger Breite; setzt man in (1) den Parameter b gleich Null, so erhält man den Euler-

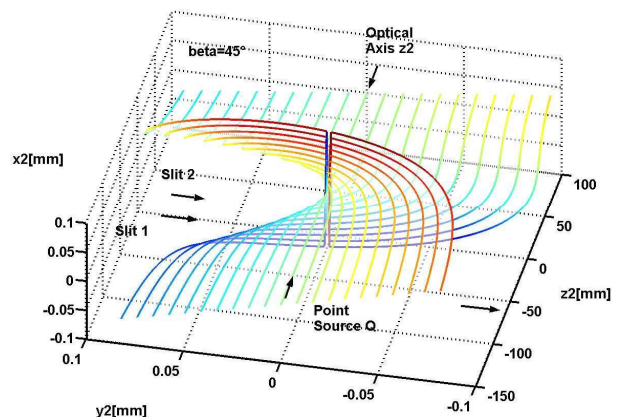


Abb.3 Klassische Teilchenbahn nach der Methode der stationären Phase. Die Schleife existiert auch für Winkel nahe  $0^\circ$  und  $90^\circ$  und bleibt stets zwischen Quelle und Spalt 1

$$\begin{cases} x_2 = -\frac{\sin 2\beta}{8p \cdot b \cdot z_1^2} y_2 = y_2 \tan \gamma \\ x_2 = c \cdot \sin \gamma; \quad y_2 = c \cdot \cos \gamma \end{cases} \quad (2)$$

Das Gebiet der klassischen Teilchenbahnen wird mit Hilfe der stationäre Phase durch den transversalen Kippwinkel  $\gamma$ , den die um  $180^\circ$  gewundene „Huygensfläche“ HF Abb.3 mit der Koordinate  $y_2$  einschließt (2), mit Hilfe der ersten Ableitungen von G nach den Aufpunktkoordinaten  $x_2, y_2$  beschrieben [1]; der Parameter c (2) ist als transversale Koordinate auf HF für die Darstellung nützlich. HF geht durch beide Spalte und enthält die optische Achse  $z_2$ . Die virtuelle Quelle ZP stellt sich in Abb.3 als senkrechter Bruch parallel zur Achse  $x_2$  ( $\gamma=90^\circ$ ) dar. Wie bei der virtuellen Quelle ZP kann die Orientierung  $\gamma$  der Fläche HF am Ort  $z_2$  mit einer Linse abgebildet und gemessen und mit (2) berechnet werden, Abb.4. Eine genauere Anpassung ist leicht möglich, aber wegen der vielen Parameter nicht sehr sinnvoll; nur der schlecht

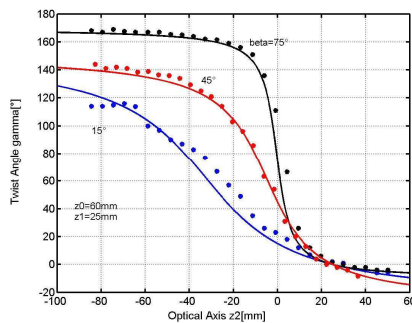


Abb.4 Windungswinkel der Huygensfläche. Messung (Punkte) und Rechnung (Linien).  $d\gamma/dz_2$  ist die Torsion der Fläche. Für  $\gamma=90^\circ$  liegt die virtuelle Quelle ZP am Maximum der Torsion.

meßbare Quellenabstand  $z_0=60\text{mm}$  wurde einmal angepaßt und für alle Messungen in dieser Arbeit verwendet. Die Messungen zeigen, daß der virtuelle Bereich von HF experimentell zugänglich ist – ähnlich wie der virtuelle Brennpunkt einer Zerstreuungslinse - und von der Theorie beschrieben

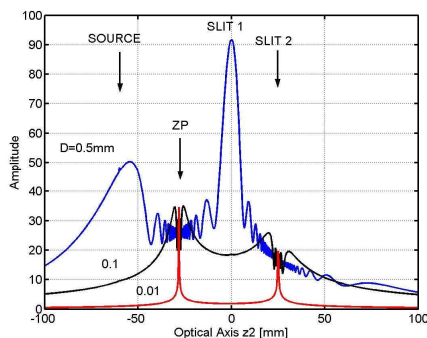


Abb.5 Amplitude auf der Huygensfläche für verschiedene Breiten D von Spalt 2

wird; insbesondere finden wir die  $180^\circ$  Windung in Abb.4 wieder. Mit (1) läßt sich Amplitude Abb.5 (Matlab:abs) und Phase Abb.6 (Matlab:angle) des Pfadbündels am Aufpunkt und mit (2) die Torsion  $T=d\gamma/dz_2$  von HF berechnen. Ist Spalt 2 weit, so konzentrieren sich die Pfadbündel an den konju-

gierten Punkten (Foki [2]) Quelle Q und Spalt 1 und die Amplitude auf HF ist dort hoch. Bei engem Spalt 2 gibt es keine Lichtbündel mehr, dadurch ist die Torsion wenig gestört und die Amplitude konzentriert sich natürlicherweise an der virtuellen Quelle ZP und am Spalt 2. Die Phase, Abb.6, zeigt

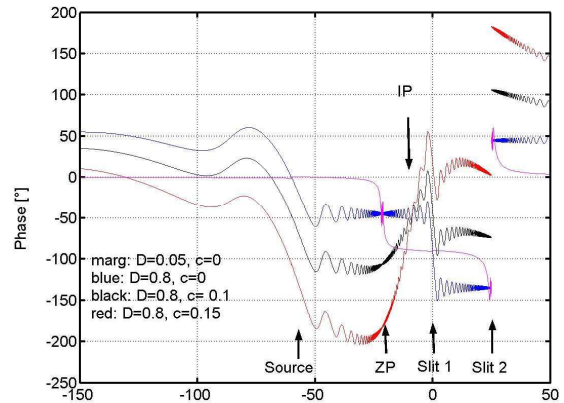


Abb.6 Phase( $z_2$ ) auf der Huygensfläche für verschiedene Spaltbreiten und transversale Koordinaten c; Maße in [mm]

für den weiten Spalt 2 an der Quelle Q und Spalt 1 das typische Gouyphasenverhalten von Brennpunkten und am Spalt 2 einen Phasensprung von  $\pi$ , verursacht durch die Phasenkonjugation da u in (1) sein Vorzeichen ändert. Virtuelle Quelle und Spalt 2 zeigen das Interferenzverhalten einer weiten Apertur. An dem interessanten Punkt IP ist die Phase unabhängig vom Parameter c; IP läßt sich durch Nullsetzen des Koeffizienten der quadratischen Glieder in  $y_2$  des Eikonals von  $u_p$  (1) berechnen und koinzidiert mit dem Maximum der Torsion der Huygensfläche HF. Dort wird die Welle  $u_p$  auf HF eben, ganz ähnlich wie im Brennpunkt einer Linse. Ist die Quelle Q im Experiment linear polarisiert, so folgt die Polarisation der Windung der Huygensfläche Abb.3 nicht. Die Lichtwelle im tordierten Raum zeigt somit ihre Verwandtschaft mit den Bahndrehimpuls tragenden Laguerre-Gaußschen Moden [4] und bestätigt unser Vorgehen, die Polarisation zunächst unberücksichtigt zu lassen.

## Danksagung

W.D. thanks his wife for her empathic help.

## Literatur

- [1] Teil 1: Frins et al. DGaO Proc. 2018
- [2] Frins et al. DgaO Proc. ????
- [3] L.Schulman, Path Integration 2005
- [4] M.Padgett et al. Opt.Letters **24** 430 (1999)