

# Berechnungsmethoden für Fernfeldhologramme – Gerchberg-Saxton Erweiterungen und Stochastic Gradient Descent Optimierer

Markus Zimmermann\*, Tobias Haist\*, Stephan Reichelt\*

\*Institut für Technische Optik, Universität Stuttgart

mailto:markus.zimmermann@ito.uni-stuttgart.de

Zwei verschiedene Berechnungsmethoden für Fernfeld Hologramme werden in der Simulation verglichen. Der Vergleich beinhaltet die Anwendung des Noise-Windows in der Berechnung. Seit einigen Jahren werden neben dem iterativen Fourier-Transformations Algorithmus auch Stochastic Gradient Descent Optimierer aus dem Bereich der Neuronalen Netze zur Berechnung von Hologrammen eingesetzt. Hier wird die Berechnung von Fernfeldhologrammen mittels des Optimierers Adam vorgestellt und die Ergebnisse werden mit dem iterativen Fourier-Transformations Algorithmus verglichen.

## 1 Einleitung Fernfeldhologramme

Fernfeldhologramme oder auch Fourierhologramme finden Anwendung u.a. in der optischen Messtechnik zu Projektion von Mustern oder z.B. für Multi-Point-Messungen. In der Materialbearbeitung werden Fernfeldhologramme zur Strahlformung eingesetzt, um den Bearbeitungsprozess zu verbessern. Des Weiteren können beispielsweise holografische Pinzetten als Erweiterung der optischen Pinzette realisiert werden. Phasenhologramme bieten gegenüber komplexwertig- und amplitudenmodulierenden Hologrammen den Vorteil einer höheren Lichteffizienz. Im Gegensatz zu einer komplexwertigen Modulation, bei der das Hologramm mittels einer einzelnen Propagationsberechnung zu erhalten ist, ist bei einem Phasenhologramm ein erhöhter Rechenaufwand von Nöten. Fernfeldhologramme können entweder statisch als diffraktive optische Elemente hergestellt werden oder sie werden mittels (Phase-Only)-Spatial-Light-Modulatoren dynamisch wiedergegeben.

|      | SSIM | PSNR [dB] | Iterationen |
|------|------|-----------|-------------|
| IFTA | 0,33 | 13        | 225         |
| SGD  | 0,11 | 15        | 301         |

**Tab. 1** Vergleichsmetriken zwischen der klassischen Berechnungsmethode (IFTA) und der gradientenbasierten Berechnungsmethode (SGD)

## 2 Iterativer Fourier-Transformations Algorithmus

Klassische Berechnungsmethoden benutzen einen iterativen Ansatz. Hierbei wird das optische Wellenfeld zwischen der Hologrammebene und dem Fernfeld vor und zurück propagiert, wobei in der jeweiligen Ebene die entsprechenden Randbedingungen eingesetzt werden. In der Hologrammebene wird stets die Amplitude der Beleuchtung eingesetzt und die errechnete Phase beibehalten. Im

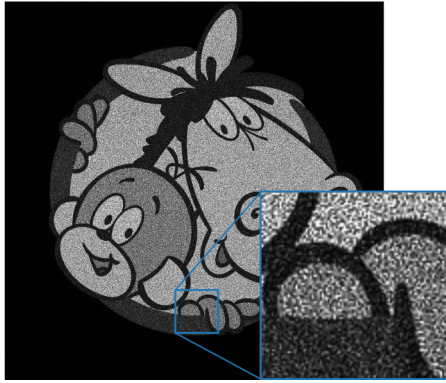
Fernfeld wird die errechnete Amplitude durch die Wurzel der Zielintensität ersetzt. Die Phase wird beibehalten und dient als Freiheitsgrad. [1]

## 3 Gradientenverfahren und automatisches Differenzieren

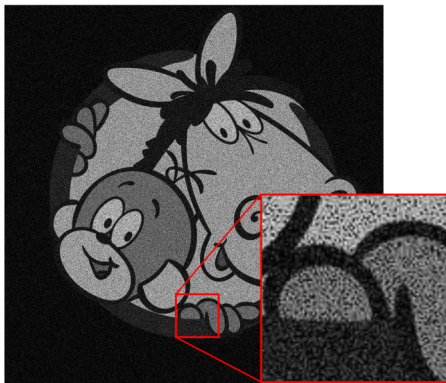
Automatisches Differenzieren erlaubt es, die Gradienten einer Funktion bzgl. der Eingangsgrößen anhand der Ableitungen der Elementarfunktionen in Verbindung mit der Kettenregel zu berechnen. Der Berechnungsaufwand der Gradienten ist somit proportional zur Auswertung der Funktion. Sind die Gradienten bekannt, können Optimierungsmethoden zum Ändern der Eingangswerte eingesetzt werden. Hier wird die verbreitete Optimierungsmethode aus der Gruppe der *Stochastic Gradient Descent* (SGD) Verfahren Namens *Adaptive Moment Estimation* (Adam) angewandt. Durch automatisches Differenzieren muss nur die optische Vorwärtspropagation berechnet werden. Im Anschluss wird die Phase des Holograms anhand der Gradienten angepasst, sodass die Verlustgröße der Funktion minimiert wird. [2]

## 4 Vergleich IFTA & SGD

Zum Vergleich werden die Metriken *Peak-Signal-to-Noise-Ratio* (PSNR) und *Index struktureller Ähnlichkeit* (SSIM) angewandt. PSNR basiert im wesentlichen auf der *mittleren quadratischen Abweichung*, normalisiert auf den maximalen Wert, welcher das Bild erreichen kann. Im Fall von 255 haben sich gleichende Bilder den maximalen PSNR Wert von 48 dB. SSIM ist eine wahrnehmungsbasierte Metrik, welche die Qualität des Eindrucks auf die menschliche Wahrnehmung abschätzt mit einem bestmöglichen Wert von eins. Die Berechnung wird beendet, sobald sich der PSNR Wert in den letzten 100 Iterationen um weniger als ein Prozent verbessert hat. Die Hologrammgröße beträgt 900 x 900 Pixel.



**Abb. 1** Intensität im Fernfeld, berechnet mittels IFTA.

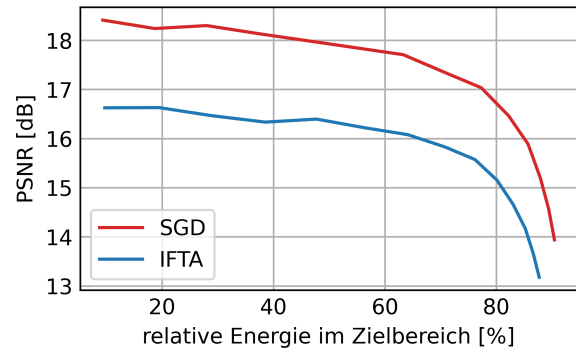


**Abb. 2** Intensität im Fernfeld, berechnet mittels SGD.

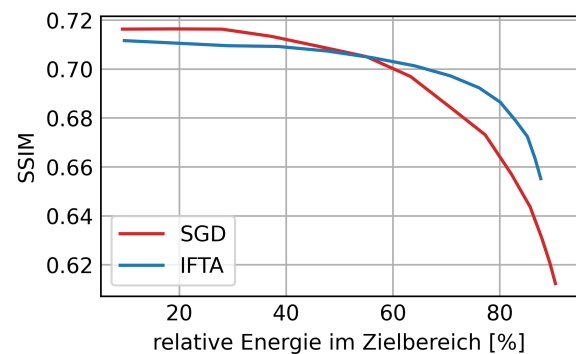
Die Ergebnisse in Tabelle 1 zeigen, dass IFTA einen höheren SSIM Wert, aber einen schlechteren PSNR Wert als SGD erreicht. In Abbildung 1 und 2 zeigt sich, dass die schwarzen Bereiche bei der Berechnung mittels SGD mehr Rauschen enthalten, was sich besonders negativ auf die SSIM Metrik auswirkt. Im Gegensatz sind die Speckle bei der SGD Methode etwas kleiner, wodurch der PSNR Wert geringfügig besser ausfällt. Das Abbruchkriterium wurde in beiden Fällen in unter einer Minute erreicht.

#### 4.1 IFTA & SGD mit Noise Window

Eine gängige Erweiterung bei der Berechnung von Fernfeldhologrammen ist die Einführung eines *Noise Windows*. Während vorher die Intensität im gesamten Fernfeld angepasst wurde, wird nun nur die Intensität in einem kleineren Zielbereich angepasst. Hierdurch wird die Intensität im Noise Window als weiterer Freiheitsgrad verwendet. Hier wurde der Zielbereich auf ein Viertel des Fernfelds reduziert. Der Zielbereich befindet sich im unteren, rechten Quadranten. Abbildung 3 und 4 zeigen die Metriken in Abhängigkeit der relativen Energie im Zielbereich. Während SGD stets einen besseren PSNR Wert als IFTA erreicht, ist der SSIM Wert bei den beiden Methoden vergleichbar, wobei SGD für hohe Energien im Zielbereich geringfügig schlechter ausfällt.



**Abb. 3** Peak-Signal-to-Noise-Ratio (PSNR) des Fernfelds bei Berechnung mittels SGD und IFTA in Abhängigkeit von der relativen Energie im Zielbereich.



**Abb. 4** Index struktureller Ähnlichkeit (SSIM) des Fernfelds bei Berechnung mittels SGD und IFTA in Abhängigkeit von der relativen Energie im Zielbereich.

## 5 Zusammenfassung

SGD ist nicht grundlegend besser als IFTA. Jedoch bietet SGD zusätzliche Freiheitsgrade, welche bei IFTA nicht gegeben sind. Ein Vorteil besteht darin, dass nur die Vorwärtspropagation implementiert werden muss. Sind weitere Freiheitsgrade im System gegeben, kann SGD diese automatisch nutzen, während diese bei IFTA von Hand vorgegeben werden müssen.

## Danksagung

Wir danken der Vector Stiftung für die finanzielle Unterstützung.

## Literatur

- [1] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures," *Optik* **35**, 237–246 (1972).
- [2] P. Chakravarthula, Y. Peng, J. Kollin, H. Fuchs, and F. Heide, "Wirtinger holography for near-eye displays," *ACM Transactions on Graphics (TOG)* **38**(6), 213 (2019).