

Der Einfluss der Wellenvektorunsicherheit auf die Rekonstruktion der Oberflächenform bei einer MArS-Messung

N. Mitura*, A.F. Müller**, R. B. Bergmann** ***, C. Falldorf**, G. Ehret*

*Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig

**BIAS – Bremer Institut für angewandte Strahltechnik

*** Universität Bremen, Fachbereich Physik und Elektrotechnik sowie MAPEX

<mailto:nikodem.mitura@ptb.de>

Multiple Aperture Shear-Interferometry (MArS) rekonstruiert Prüflingsformen per Raytracing von reflektierten Wellenfeldern zu bekannten Quellpositionen. Wir untersuchen die Eindeutigkeit dieser Rekonstruktion durch statistische Simulationen. Daraus ergeben sich Anforderungen an Prüflingspositionierung sowie Kalibrierung der Lichtquellen abhängig von gewünschten Messgenauigkeiten.

1 MArS Messungen

Die „Multi-Aperture-Shear-Interferometry“ (MArS) Messung besteht aus zwei Schritten [1]: Zuerst wird die Kohärenzfunktion des Lichts mehrerer LED-Lichtquellen abgetastet und die quellenspezifischen Wellenvektoren (k -Vektoren) in der Bildebene des Aufbaus rekonstruiert. In einem zweiten Schritt werden die k -Vektoren genutzt, um durch Lösung eines inversen Problems die Prüflingsoberfläche zu rekonstruieren. Im Folgenden wird die eindeutige Lösbarkeit und der Einfluss von Fehlergrößen auf das inverse Problem untersucht. Zur Untersuchung verschiedener Fehlereinflüsse wurde ein virtueller 2-D Messaufbau genutzt. Die gewonnen Erkenntnisse lassen sich auf den realen dreidimensionalen Fall übertragen, da sich das Rekonstruktionsproblem in drei Dimensionen auch in eine Reihe 2-dimensionaler Rekonstruktionsprobleme unterteilen lässt. Die Beleuchtungseinheit besteht aus einem Array aus 21 Lichtquellen, das aus etwa 100 mm auf eine Freiformoberfläche mit Krümmungsradius der Best-Fit-Sphäre von 50 mm strahlt. Die Bildebene, in der die k -Vektoren rekonstruiert werden, befindet sich im Scheitel des Prüflings, siehe Abb. 1.

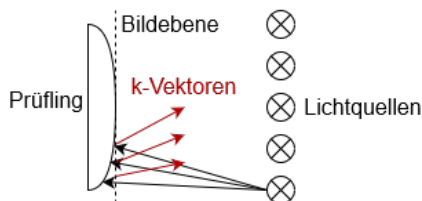


Abb. 1 Skizze des virtuellen Experiments: Prüfling reflektiert k -Vektoren der Lichtquellen in die Bildebene.

2 Eindeutigkeit

Es wird die Eindeutigkeit, der der Beziehung zwischen gemessenen Wellenfeld und rekonstruierter Form, untersucht. Hierzu wurde die sphärische Oberfläche in der virtuellen Messung mit einer

durch Legendre-Polynome beschriebenen Abweichung versehen. Um zu überprüfen, ob die einzelnen Abweichungen in ein eindeutiges Wellenfeld resultieren, wurde bei der Rekonstruktion je eine Ordnung der Legendre-Polynome ausgeschlossen und RMS und Kostenfunktion der Rekonstruktion betrachtet, siehe Abb. 2. Der RMS bezeichnet die Root Mean Square Form-Abweichung der rekonstruierten Oberfläche zur tatsächlichen. Die Kostenfunktion beschreibt dabei, wie gut die k -Vektoren aus der Lösung des inversen Problems mit den gemessenen übereinstimmen. Ein ausgeschlossenes Legendre-Polynom resultiert bei eindeutiger Beziehung zwischen Wellenfeld und Form in einem zusätzlichen k -Vektorfehler und damit einem erhöhten Wert der Kostenfunktion.

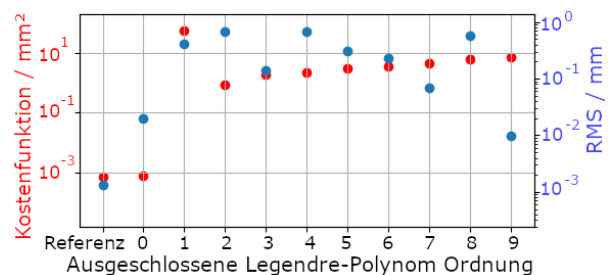


Abb. 2 Kostenfunktion und RMS über Rekonstruktionen mit je einem ausgeschlossenen Legendre-Polynom und der Referenz mit allen Polynomen.

Die um 2 Größenordnungen schlechtere Kostenfunktion für die Rekonstruktionen mit ausgeschlossenen Legendre-Polynomen 1. bis 9. Ordnung zeigt, dass für den Fall bekannter Versuchsparameter die k -Vektorfelder eindeutig einer Oberflächenform zuzuordnen sind. Wird jedoch das Legendre Polynom 0. Ordnung ausgeschlossen, ist die Kostenfunktion, trotz einer um eine Größenordnung höheren Root-Mean-Square (RMS) Abweichung der rekonstruierten Oberflächenform, nicht von dem der Referenz zu unterscheiden.

Das Legendre-Polynom 0. Ordnung entspricht einem Prüflingsoffset in Strahlrichtung. Für eine eindeutige Rekonstruktion der Oberflächenform muss die Prüflingsposition somit bekannt sein. Trotz des differentiellen Messverfahrens ist dies keine triviale Erkenntnis, da das System durch die Verwendung einer Vielzahl von Lichtquellen stark überbestimmt ist, das Rauschen der k-Vektorbestimmung aber eine Uneindeutigkeit des Prüflingsoffsets erzeugt.

3 Formfehler durch Kalibrierfehler

Die vorangegangene Eindeutigkeitsbetrachtung setzte einen ideal kalibrierten Aufbau voraus. Das bedeutet die Positionen der Lichtquellen sind bekannt und nicht fehlerbehaftet. Im Folgenden wird untersucht, wie sich Unsicherheiten in der Lichtquellenposition auf die rekonstruierte Prüflingsform auswirken. Es werden 6 Fehlerquellen betrachtet: gleichmäßige Verschiebung aller Lichtquellen i) in Z- und ii) in X- Richtung, iii, iv) zufällige Verschiebungen der einzelnen Lichtquellen in beiden Richtungen, v) Verkippung der Lichtquellen und vi) Verschiebung des Prüflings in Z-Richtung. Die Fehlerquellen wurden auf Unabhängigkeit voneinander getestet. Dazu wurde erst jede Fehlerquelle einzeln betrachtet und überprüft, siehe Abb.3, ob er sich im gewählten Untersuchungsbereich linear auf den Oberflächenfehler RMS auswirkt.

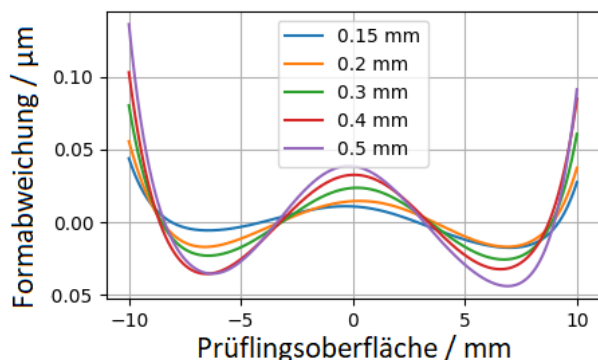


Abb. 3 Einfluss von 5 beispielhaften Prüflingsverschiebungen in Z-Richtung auf die Formrekonstruktion.

Anschließend wurden Startwerte für die Fehlerbereiche so festgelegt, dass jeder Fehler quantitativ denselben Einfluss auf den Formfehler hat. Zur Überprüfung der Unabhängigkeit der einzelnen Fehlerquellen voneinander diente eine Sensitivitätsanalyse. Hierbei wurden pro Fehlerquelle je 100 Simulationen durchgeführt, bei denen die Fehler je normalverteilt in ihren Fehlerbereichen variiert werden. Variationen der Fehlerbereiche in der beschriebenen Sensitivitätsanalyse zeigen, dass sich die simulierten Positionsfehler unkorreliert auf die resultierenden Oberflächenfehler auswirken. In einem weiteren Schritt wurden die bestimmten Fehlerbereiche genutzt, um eine Vorhersage über die Rekonstruktionsgenauigkeit in Abhängigkeit der Positionierfehler zu treffen.

Abbildung 4 zeigt die Formabweichung in Abhängigkeit der Positionierfehler. Der initiale Positionierfehlersatz, siehe Tab.1, wird dabei linear mit einem Skalierungsfaktor α skaliert. Ein linearer Zusammenhang zwischen den Positionierfehlern und den Oberflächenfehlern ist bis zu dem Punkt zu beobachten, an dem das Rauschen der k-Vektoren zum dominierenden Fehlereinfluss wird. Damit lassen sich Mindestanforderungen für die Kalibrierung abhängig von der gewünschten Messunsicherheit ableiten.

Tab. 1 Fehlerbereiche in Abhängigkeit des Skalierungsfaktors α .

α	Positionierfehler Quellen (μm)					Prüfling
	gleichmäßig		zufällig		Verkippung	Z
	Z	X	Z	X	PV	Z
1	400	120	50	5	80	50
0.1	40	12	5	0.5	8	5

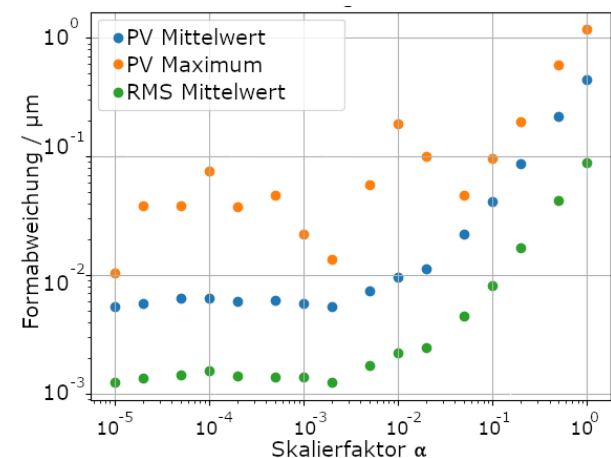


Abb. 4 Formabweichungen in Abhängigkeit der Skalierung α von Quellen- und Prüflings-Positionierfehlern.

4 Fazit

Virtuelle Experimente zeigen, dass die externe Messung des Prüflingsoffset eine eindeutige Formrekonstruktion durch MARs-Messungen ermöglicht. Zudem ergeben sich durch eine Sensitivitätsanalyse Mindestanforderungen für die Kalibrierung von Prüflings- und Quellpositionen in Abhängigkeit von der gewünschten Formmessunsicherheit.

Danksagung: Die Forschungsarbeiten wurden finanziell durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) unterstützt (Projektnummer 460789164).

Literatur

[1] A. F. Müller et al., "Multiple Aperture Shear-Interferometry (MARs): a solution to the aperture problem for the form measurement of aspheric surfaces" Opt. Express **28**, 34677-34691 (2020)