

Modellierung und Simulation von optischen Nanowirbeln

W. Spiller, J. Jahns, FernUniversität in Hagen

[mailto: walspill@yahoo.de](mailto:walspill@yahoo.de)

Dielektrische Metaoberflächen bestehen aus nanoskaligen Metaatomen zur lokalen Kontrolle des Wellenfrontes. Ihre kollektive präzise Simulation ist nach Aufwand kaum vertretbar. Zur Überwindung dieser Barriere zerlegen wir beliebige komplexe Felder nach standardisierten Elementen und spezifischen Wirbel-Moden und berechnen ihre Ausbreitung halb-analytisch. Dabei wirken mehrere spezifische Faktoren symbiotisch. Wir streben hierbei sowohl ein physikalisches Verständnis an wie auch neue Wege der effizienten Simulation und Designs.

1 Einführung

Großflächige dielektrische Metaoberflächen (MO) bestehend aus nanoskaligen Metaatomen (MA) dienen der lokalen Formung des Wellenfrontes. Existierende Berechnungsverfahren basieren i.a. auf numerischer Lösung der Maxwell-Gleichungen. Dabei ist eine präzise Abbildung im Fernfeld auf relativ langen Entfernungen und eine gleichzeitige Berücksichtigung aller MA kaum möglich: Der hohe numerische Aufwand, insbesondere bei großflächigen funktionalen MO wie Metalinsen ist nicht vertretbar. So sind im Nanobereich nur kurze Strecken und kaum Kollektive von MA präzise simulierbar, Abb.1.

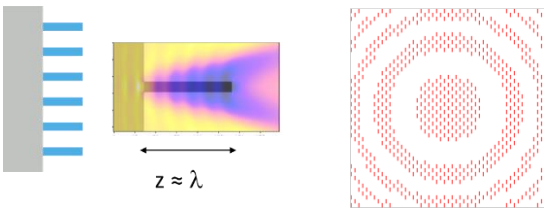


Abb. 1 Aspekte der Berechnung. Links: Strukturen und räumliche Verteilung der Phasenverzögerung auf Kurzstrecken. Rechts: Schematische Darstellung einer nanostrukturierten Fresnel-Zonenplatte.

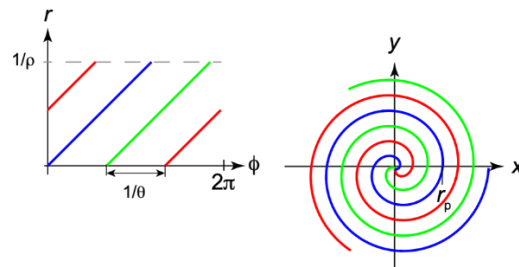
Unser Ziel ist eine prinzipielle Überwindung dieser „numerischen Barriere“ durch eine Kombination von numerischer Berechnung (für MA) und halb-analytischer Berechnung (für Ausbreitung). Dabei wird eine alternative Modentransformation des austretenden Feldes angewendet, die Wirbel-Transformation (WT), die auch auf „nicht-wirbelige“ Felder anwendbar ist und rechnerische Vorteile bietet.

2 Vorgehensweise

Das grobe Schema unserer Vorgehensweise besteht in einer numerischen Berechnung des Feldes im MA (Finite Differenzen im Zeitbereich, FDTD), [1]. Ihr folgen Modentransformation des austretenden Feldes, Abstrahlung eines einzelnen MA analog zum Huygens'schen Prinzip und Aufsummierung über alle MA in der Bildebene.

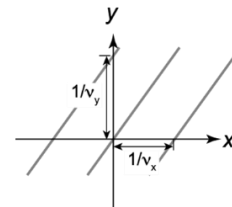
3 Wirbel-Transformation

Eine WT ist eine Entwicklung nach orthogonalen Basisfunktionen, hier spiralen Phasentermen. Sie ist nicht (exakt) identisch mit der polaren Fourier-Transformation (FT), Abb.2:



Zerlegung nach spiralen Phasentermen

$$\iint_{r,\phi} t(r,\phi) e^{-i2\pi(\rho r + \theta \phi)} dr d\phi$$



Zerlegung nach ebenen Wellen

$$\iint_{x,y} t(x,y) e^{-i2\pi(\nu_x x + \nu_y y)} dx dy$$

Abb. 2 Wirbel-Transformation als Zerlegung nach spiralen Phasentermen (oben) und herkömmliche Fourier-Transformation (unten). Trotz ähnlicher Struktur der Integralausdrücke arbeitet die WT mit einer polaren Anordnung der Eingangsdaten.

Das Wirbelspektrum ist diskretisierbar und die Ausbreitung der Moden kann berechnet werden, [2].

4 Wirbelspektrum statt Winkelspektrum?

Eine WT ermöglicht eine eventuell bessere Anpassung an Form von Metaatomen (z.B. Split-Ring-

Resonatoren, aber auch abgerundete MA infolge der realen Fertigung). Eine bessere Anpassung an optische Funktion (Axicon, Linse) und/oder MA-Raster ist möglich. Es sind eine womöglich geringere Anzahl von Moden zur Darstellung notwendig, Abb.3.

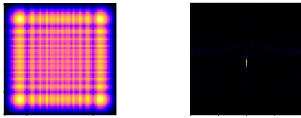


Abb. 3 Links: Herkömmliche Fourier-Transformation eines Querschnitts einer zentrierten Huygens-Welle (Betrag). Rechts: Die entsprechende Wirbel-Transformation.

WT-Spektren sind i.A. sehr kompakt bei Wirbeln und runden Feldformationen: Gut zwecks Erkennung / Detektion.

5 Berechnungen der Ausbreitung

Zwecks Weiterentwicklung betrachten wir zuerst die drei bekannten Möglichkeiten der Berechnung:

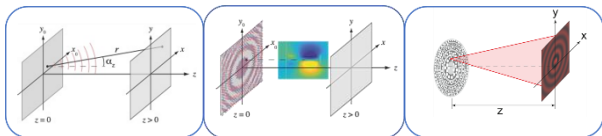


Abb. 4 Drei Skalenbereiche der Berechnung. Links: Huygens Kugelwellen, [3]. Mitte: Nach MA, [1]. Rechts: „Photonensieb“, [4]. Mehr siehe im Text.

Links: Eine halb-analytische Berechnung, wo jedes MA eine HW abstrahlt, [3].

In der Mitte: Das aus dem MA austretende Feld ist komplex und kann nur numerisch berechnet werden, [1]. Der numerische Aufwand ist groß.

Rechts: Eine ebenfalls halb-analytische Berechnung. Es werden jedoch Bessel-Strahlen benutzt, wie bei einem s.g. „Photonensieb“: Runde Öffnungen als Quellen, geeignet platziert, [4].

Als praktische Umsetzung / Weiterentwicklung der direkten Berechnung der WT-Spektrumausbreitung nach [2] wählen wir eine modifizierte Kombination davon: Die austretenden Felder können z.B. auf Huygens-Wellen (HW) und auf ihre Wirbel-Moden mittels einer WT zerlegt werden. Mit Hilfe einer analytischen Berechnung der Ausbreitung einer standardisierten HW, [4], kann die entsprechende universelle Verschiebung des Modenspektrums ermittelt bzw. vorberechnet werden. Mit ihrer Hilfe erfolgt anschließend eine Aufsummierung der Modenspektren über alle MA und eine Rücktransformation.

6 Beispiele berechneter Metalinsen

Die Abb. 5 zeigt die Feldstärke in der Fokusebene einer Metalinse.

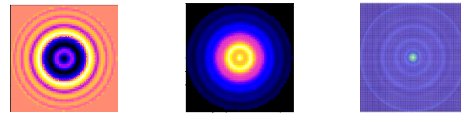


Abb. 5 Feldstärke im Fokus einer Metalinse als Rück-WT der Summe der Modenspektren. Links und Mitte: Imaginärer Teil und Betrag. Rechts: WT-Spektren wurden reduziert (verkleinerter Maßstab).

7 Diskussion: Rechenaufwand

Eine prinzipielle Senkung des Rechenaufwandes bewirken (multiplikativ) folgende drei Faktoren:

1. Präzise halb-analytische Berechnung der Langstrecken-Ausbreitung (im Vergleich zu FDTD, eventuell mit der abschließenden FT).
2. Volle Parallelisierbarkeit (z.B. für einzelne HW).
3. Eine für die WT inhärente gute Reduzierbarkeit von Wirbel-Spektren (z.B. nach dem Pareto-Prinzip; Das eventuelle Weglassen von weniger relevanten Komponenten ermöglicht s.g. dünn besetzte Matrizen und damit weniger Rechenaufwand und Speicherauslastung (z.B. entweder mittels interner Optimierung des Rechners oder direkt durch Anwendungsprogrammierer in konkreten Fällen).

8 Zusammenfassung

Zerlegung der (beliebigen) Felder auf Wirbelmoden, halb-analytische Berechnung und Reduzierbarkeit von Wirbelspektren dient der entscheidenden Einsparung vom Speicherbedarf und Rechenaufwand. Dies kann u.U. eine vorher kaum realisierbare präzise Berechnung von großflächigen funktionalen Metaoberflächen erst ermöglichen. Sekundär erscheint der vorgestellte Ansatz zwecks (automatischer) Erkennung von Wirbeln als gut geeignet.

Literatur

- [1] W. Spiller, J. Jahns, Dielektrische Nanowellenleiter als Metaatome für großflächige Metaoberflächen, DGaO-Tagung, Berlin (2023)
- [2] J. Jahns, W. Spiller, Comprehensive Fourier-based description of complex vortex fields, SPIE Phot. West (2024)
- [3] M. Born, E. Wolf, Principles of Optics: 60th Anniversary Edition, 7th ed. Cambridge University Press, (2019).
- [4] Q. Cao, J. Jahns, Focusing analysis of the pinhole photon sieve: individual far-field model, *Optica Publishing Group, JOSA A*, **19** (12), 2387--2393 (2002).