

Berechnungsmethoden für die möglichen Photonentrajektorien verkippter Spalte im Vergleich. Teil 5

W.Dultz, E.Frins*, B.Hils, H.Schmitzer**

Univ. Frankfurt, *Univ.de la República, Uruguay, **Xavier Univ. Cincinnati

requalivahanus(Affenschaukel)t-online.de

Feynmans Pfadintegrale zur Berechnung von Quantensystemen haben ihren Ursprung in der Elementarwellentheorie von Huygens, verwenden aber die konstruktive Interferenz „aller Pfade“ [1]; in der Optik beruht darauf das Fermatsche Prinzip. Wir berechneten das Gebiet der stationären Phase und möglicher Photonenpfade für ein System zweier optischer Spalte näherungsweise, numerisch und graphisch und finden, daß die Ergebnisse einem Impulserhaltungsmodell entsprechen.

Die Elementarwellentheorie nimmt an, daß monochromatische Lichtwellen von einer Quelle aus auf allen Pfaden immer wieder neue Wellen anregen bis sie alle an einem Aufpunkt mehr oder weniger konstruktiv interferieren und dort durch das Quadrat ihrer Amplitude die Wahrscheinlichkeit anzeigen, daß sie ihn erreichen. Die Bedingung für eine hohe Wahrscheinlichkeit ist eine stationäre, d.h. vom Aufpunkt möglichst unabhängige Phase der Wellen auf den einzelnen Pfaden oder auch der resultierenden Welle am Aufpunkt selbst. Den letzteren Fall haben wir in mehreren Arbeiten [2a-d] untersucht, indem wir für das System zweier gegeneinander verkippter Spalte näherungsweise durch Integration (1) über „alle Pfade“ die Phase der resultierende Welle bestimmt haben. Wir konnten zeigen, daß die stationäre Phase auf einer schraubenförmig gewundenen Fläche [2d,Abb.2] liegt, auf der die mögliche Photonenpfade gerade Geodäten sind [2d, Abb.2.4].

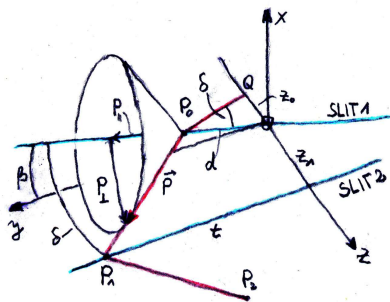


Abb.1 Zwei um den Winkel β gegen einander verkippte Spalte (roter Teilchenpfad und Streukegel mit Öffnungswinkel δ).

Unsere Abb.1 zeigt die Geometrie des Systems mit einem klassischen Teilchenpfad in einem reinen Impulsmodell. Der Streukegel ist nach Noether durch die Erhaltung der Impulskomponente p_{\parallel} infolge der Homogenität längs des Spaltes im Raum gegeben, die Richtung von p_{\perp} ist unbestimmt, da es sich um einen engen Spalt handelt. Der analytischen Zusammenhang (2) der Punkte Q, P_0, P_1 zeigt, daß es für den Schnittpunkt $t(d)$ des Pfades mit Spalt 2 für $\delta < \beta$ keine reelle Lösung gibt. Um dieses einfache Modell mit dem Pfadintegral (1) zu vergleichen, integrieren wir (1) numerisch über den Spalt 1 in einem schmalen Bereich $D_1 D_2$, beschreiben so ein schmales Lichtbündel, das vom Quellpunkt Q ausgeht am Spalt 1 breit

streut, um dann Spalt 2 mit der Amplitude $u_P(d)$ an den Punkten $P_2=(0,t,z_1)$ zu treffen.

Elementary Wave Model ; Numerical Integration
coordinates: d on slit 1, t on slit 2; eikonal: ϕ, ψ

$$u_P = \int_{T_1}^{T_2} \int_{D_1}^{D_2} \delta t \delta d \exp(ik\phi) \propto \exp(ik\psi); \quad (1)$$

$$\phi = \sqrt{(d^2 + z_0^2)} + \sqrt{(d^2 \sin^2(\beta) + (d \cos(\beta) - t)^2 + z_1^2)} + \sqrt{(x^2 + (y-t)^2 + (z-z_1)^2)} = R_0 + R_1 + R_2;$$

Momentum Based Model ;

$$\tan(\delta) = \frac{z_0}{d}; \text{ scattering cone angle } \delta$$

$$a = \frac{d^2 \sin^4(\beta) \cos^2(\delta)}{(\cos^2(\beta) - \cos^2(\delta))^2} + \frac{d^2 \sin^2(\beta) \cos^2(\delta)}{\cos^2(\beta) - \cos^2(\delta)} + \frac{z_1^2 \cos^2(\delta)}{\cos^2(\beta) - \cos^2(\delta)};$$

$$t_{1,2}(d) = \frac{d \sin^2(\beta) \cos(\beta)}{\cos^2(\beta) - \cos^2(\delta)} \pm \sqrt{a}; \quad (2)$$

Single Path Eikonal : $\phi=0 \rightarrow x^2 = a^2 - (y-t)^2 - (z-z_1)^2$; (3)
 $a = \sqrt{(d^2 + z_0^2)} + \sqrt{(d^2 \sin^2(\beta) + (d \cos(\beta) - t)^2 + z_1^2)};$

Dieses numerische Verfahren hat allerdings den Nachteil des Verlustes der analytischen Fortsetzung und damit der Kenntnis über die Fläche der stationären Phase vor und zwischen den Spalten [2d,Abb.2], dafür verwendet es nicht die Näherung der Fresnelintegrale.

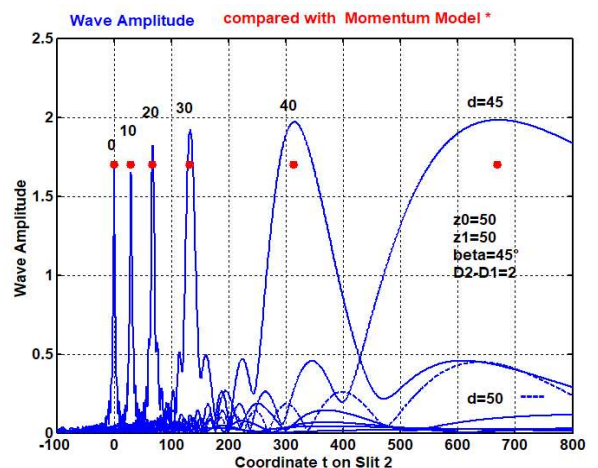


Abb.2 Vergleich numerisch berechnete Amplituden am Spalt 2 mit dem Impulsmodell.

In Abb.2 wird $\text{abs}(u_P(d))$ mit dem entsprechenden Schnittpunkt (*) der Impulstrajektorie (2) verglichen: beide Berechnungsmethoden führen auch für verschiedene Werte von d zum selben Ergebnis. Die kreisförmige Projektion des Streukegels auf eine Fläche $y=\text{const}$ zeigt Abb.3.

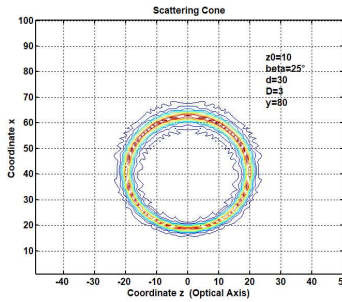


Abb.3 Projektion des Streukegels am Spalt1 auf die Ebene $y=80$.

Die Abweichung der approximativen bestimmten Geodäten für kleine Streuwinkel δ vom Impulsmodell [2d,Abb.4] kommt daher von der Ungenauigkeit der Fresnel-Näherung für den Fall, daß die Trajektorien nicht ungefähr parallel zur optischen Achse z sind. Wir stellen also fest, daß Noethers Theorem der Impulserhaltung in der Rechnung für unser System Abb.1 ausschlaggebend für die Streuprozesse von Licht an engen Spalten ist. Das ist bemerkenswert, da im Integral (1) der Impulsvektor nur durch die Lichtbündelbegrenzung D_1D_2 charakterisiert wird. Auf dem Impulssatz beruht auch das einzige echte Weißlichthologramm [3e] sowie der Tarnkappenbomber und er ist der Grund dafür, daß die Spinnennetze in der Sonne glitzern.

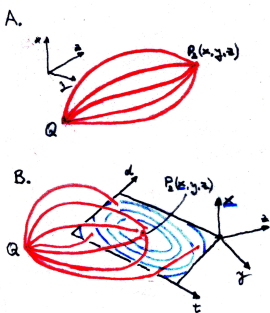


Abb.4 Pfadintegrale: A Integration über d,t („alle Pfade“); B Graphische Bestimmung des wahrscheinlichsten Wertes für P_2 .

In der Fresnel-Näherung des Pfadintegrals haben wir die Fläche der stationären Phase der resultierenden Welle u_P (1) nach der Integration über „alle Pfade“ bestimmt, indem wir das Eikonal Ψ von u_P konstant gesetzt haben [3a], Abb.4A. Jetzt setzen wir das Eikonal Φ des Integranden von (1) vor der Integration konstant und erhalten eine Fläche $x=f(d,t,y,z,E)$, die die Pfadparameter d,t (auf den

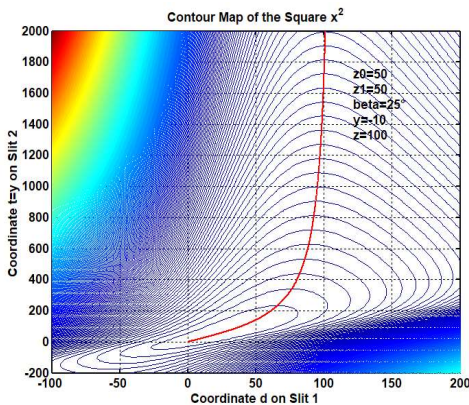


Abb.5 Höhenlinien von x^2 im System d,t nach Abb.4B; Impulsmodell rot.

Spalten 1,2) und die Aufpunktkoordinaten y,z enthält Abb.4B. Die Ungenauigkeit der Fresnel-Näherung ist damit vermieden. Es stellt sich heraus, daß die Höhenlinien (blau) von x auf der Fläche $f(d,t)$ bei vorgegebenem z und geeignetem y und E ein Plateau, einen Talkessel oder einen Sattelpunkt [3] haben, auf dem $f(d,t)$ stationär ist und es daher viele Pfade mit gleichem $x(d,t)$ gibt.

Diese horizontalen blauen Flächen Abb.4B für verschiedene y und damit die Bereiche konstanter Phase liegen genau unter der Kurve, die das Impulsmodell vorgibt Abb.5,6 und das bestätigt die überragende Bedeutung der Impulserhaltung für Teilchentrajektorien im freien Raum.

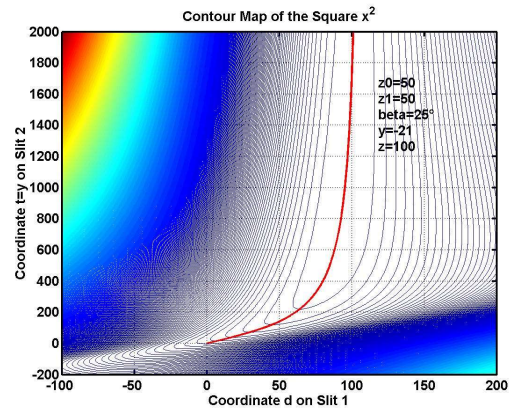


Abb.6 Höhenlinien von x^2 im System d,t nach Abb.4B; Impulsmodell rot, $E=0$

Wir haben in 5 Folgen festgestellt, daß die Fläche der stationären Phase der Huygensschen Wellentheorie an verdrehten Spalten gradlinige Geodäten enthält, die den physikalischen Anfangsbedingungen und dem Impulssatz entsprechen und sich damit als mögliche Photonentrajektorien eignen – daß es diese gibt, ist damit nicht gesagt.

Literatur

- [1] L.Schulman; Applic.Path Integration, Chap.20 p.168 (2005)
- [2] E.Frins et al. DgaO-Proceedings (a2018, b2019,c2022,d2023,e2013):im Internet
- [3] Die Methode der stationären Phase heißt auch Sattelpunktnäherung

Danksagung

H.S.dankt der John Hauck Foundation für Unterstützung.